



**Уральский
федеральный
университет**

имени первого Президента
России Б.Н.Ельцина

**Институт новых материалов
и технологий**

С. В. ЛУКИНСКИХ

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНЖЕНЕРНЫЙ АНАЛИЗ В КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ ПРОИЗВОДСТВА

Учебное пособие

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

С. В. Лукинских

Компьютерное моделирование
и инженерный анализ
в конструкторско-технологической
подготовке производства

Учебное пособие

Рекомендовано методическим советом
Уральского федерального университета
для студентов вуза, обучающихся
по направлениям подготовки
15.03.05, 15.04.05 — Конструкторско-технологическое
обеспечение машиностроительных производств

Екатеринбург
Издательство Уральского университета
2020

УДК 514.753.24(075.8)

ББК 30.11я73

Л84

Рецензенты:

канд. техн. наук, доц. *Н. Г. Новгородова* (кафедра энергетики и транспорта ФГАОУ ВО Российского государственного профессионально-педагогического университета);

начальник конструкторского бюро АО «Опытное конструкторское бюро Новатор» *Е. В. Смирнов*

Научный редактор — канд. техн. наук, доц. *С. С. Кугаевский*

Лукинских, С. В.

Л84 Компьютерное моделирование и инженерный анализ в конструкторско-технологической подготовке производства : учебное пособие / С. В. Лукинских ; М-во науки и высш. обр. РФ. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2020. — 168 с.

ISBN 978-5-7996-3152-9

В пособии рассмотрены вопросы инженерного анализа элементов конструкций при различных видах нагружения в среде SolidWorks Simulation, разработки 3D-моделей на основе геометрической оптимизации деталей и получение конструкторской документации в соответствии с требованиями стандартов единой системы конструкторской документации (ЕСКД), приведены примеры выполнения инженерных расчетов конструкции в SolidWorks Simulation.

Учебное пособие предназначено для студентов всех форм обучения, изучающих курсы «Системы компьютерной поддержки инженерных решений», «Компьютерное моделирование и инженерный анализ».

Библиогр.: 4 назв. Рис. 80. Табл. 10.

УДК 514.753.24(075.8)

ББК 30.11я73

ISBN 978-5-7996-3152-9

© Уральский федеральный университет», 2020

Введение

Целью данного учебного пособия является рассмотрение вопросов применения инженерного анализа в составе компьютерных систем для выработки технических решений в проектной, конструкторской, научной деятельности инженера.

Под термином **Инженерный анализ** понимается совокупность исследований, предназначенных для проверки работоспособности, определенных эксплуатационных характеристик проектируемых изделий, а также существующих конструкций, оборудования при заданных условиях.

Инженерный компьютерный анализ в процессе создания нового изделия позволяет спрогнозировать поведение системы и с минимальными затратами времени сопоставить ряд различных альтернативных конструкторских решений. В результате снижается объем экспериментальной отработки и доводки изделия, повышается его качество, а сам процесс проектирования ускоряется и удешевляется.

С каждым годом роль компьютерного моделирования и инженерного анализа при разработке новых изделий растет и, в конечном счете, они должны стать неотъемлемой и органичной частью любого процесса проектирования. Это предполагает тесную взаимосвязь между модулями геометрического моделирования и инженерного анализа компьютерных систем проектирования с тем, чтобы выполнение соответствующих расчетов и моделирования стало для рядового проектировщика таким же обычным и рутинным делом, как создание трехмерной модели или выпуск чертежей.

Современные системы инженерного анализа (или системы автоматизации инженерных расчетов) — CAE (англ. computer-aided engineering) обеспечивают решение задач линейного и нелинейного статического анализа, анализа частоты, устойчивости, температурного анализа, усталости, испытаний на ударную нагрузку, линейного и нелинейного динамического анализа, анализа оптимизации и др.

CAE применяются совместно с CAD-системами компьютерного геометрического моделирования (англ. computer-aided design). Назначение CAD-систем — создание 3D-моделей и получение чертежей. Зачастую CAE интегрируются в CAD, образуя гибридные CAD/CAE-системы.

В русском языке есть термин САПР — системы автоматизированного проектирования, который может на английский язык переводиться как CAD-системы, CAE-системы. Однако в отечественной литературе и государственных стандартах САПР определяется как более емкое понятие, включающее не только программные средства.

Роль компьютерного инженерного анализа и моделирования при принятии проектных решений постепенно меняется. На смену существующей практике, когда инженерный анализ в лучшем случае используется лишь для проверки уже детально разработанного проекта (с проработанной геометрией и трехмерной моделью), приходят системы, в которых предварительный расчетный анализ и моделирование позволяют найти оптимальные проектные (в том числе геометрические) решения.

В пособии представлен материал, имеющий важное практическое значение при проектировании изделий машиностроения: построение 3D-моделей в SolidWorks на основе геометрической оптимизации деталей в среде SolidWorks Simulation, инженерный анализ элементов конструкций при различных видах нагружения, приведены примеры выполнения инженерных расчетов конструкции в SolidWorks Simulation.

Эффективность освоения студентами вопросов проектирования изделий на основе компьютерных технологий значительно повышается при выполнении практической работы (курсовой, расчетно-графической и др.), предусматривающей разработку 3D-модели конструкции на основе компьютерных инженерных расчетов и геометрической оптимизации, а также создание комплекта конструкторской документации на изделие.

Методы исследования работоспособности изделия

Для оценки работоспособности изделия существуют следующие методы:

- **Натурный эксперимент** заключается в проведении испытаний изделия, приближенных к реальным условиям эксплуатации, при помощи испытательных стендов. Такой метод всегда ограничен по времени и ресурсам. Во всех ситуациях он приводит к снижению неопределенности. Натурный эксперимент часто невозможен, однако обладает максимальной достоверностью, являясь критерием фактического разрешения проблемной ситуации.
- **Экспертное исследование:** работоспособность изделия оценивается на основе личностных знаний эксперта. Экспертное знание обладает свойством концентрироваться на важнейших группах альтернатив.
- **Модельные исследования** предполагают создание модели посредством формализации описания изделия и выбора критерия адекватности модели. Исследование модели завершается интерпретацией результатов моделирования для определения предпочтительности того или иного проектного решения. С развитием компьютерных технологий компьютерные модели стали обычным инструментом математического моделирования и широко применяются в различных областях машиностроения. Компьютерные модели используются для получения новых знаний об объекте или для приближенной оценки поведения систем, слишком сложных для аналитического исследования. Достоинством компьютерных технологий является то, что они помогают убедиться в работоспособности изделия без привлечения больших затрат времени и средств.

Для достижения максимальной эффективности инженерного анализа рационально комбинируют все три класса исследований.

Конечным результатом операций натурного, модельного и экспертного исследования является либо выигрыш во времени, либо экономия ресурсов, необходимых для производства изделия.

Системы инженерного анализа (CAE)

САЕ-системы включают расчетные модули, позволяющие оценить, как поведет себя компьютерная модель изделия в реальных условиях эксплуатации.

Расчетные модули, используемые в САЕ-системах, как правило, основаны на численных методах решения дифференциальных уравнений (метод конечных элементов, метод конечных объемов, метод конечных разностей и др.).

САЕ-системы можно условно разделить на 2 группы:

1. Системы полнофункционального инженерного анализа, обладающие мощными средствами, большими библиотеками конечных элементов, а также многоцелевой направленностью решаемых инженерных задач. В них предусмотрены собственные средства моделирования геометрии. Кроме того, есть возможность импорта через промышленные стандарты Parasolid, ACIS и пр.

Полнофункциональные САЕ-системы лишены ассоциативной связи с CAD. Поэтому, если в процессе подсчета появляется необходимость изменить геометрию, то пользователю придется заново производить импорт геометрии и вводить данные для расчета.

Самой известной подобной системой является ANSYS американской компании Ansys inc. Для создания геометрической модели в ANSYS используется ядро Parasolid, интегрированное во многие другие коммерческие программные продукты.

2. Системы инженерного анализа, объединенные единым интерфейсом с CAD-системами в интегрированную систему проектирования. Они имеют менее мощные средства анализа, но зато поддерживают ассоциативность с геометрией, поэтому отслеживают изменения модели. Кроме того, такие системы включают функционал для формирования конструкторской документации — чертежей, спецификаций и пр. К ним относятся CAD/CAM/CAE-система NX компании Siemens

PLM Software, Creo Elements/Pro (ProEngineer) компании PTC, CATIA и SolidWorks компании Dassault Systèmes и др.

Возможности CAE

Преимущество систем CAE состоит в том, что они позволяют:

- уменьшить стоимость разработки за счет проведения испытания модели на компьютере вместо дорогостоящих эксплуатационных испытаний;
- сократить время, необходимое для представления продуктов на рынок, путем уменьшения количества циклов разработки изделия;
- улучшить изделия посредством быстрой проверки сразу большого количества концепций и сценариев перед принятием окончательного решения, тем самым предоставляя дополнительное время на обдумывание новых конструкций.

С помощью CAE можно проводить:

- прочностной анализ компонентов и узлов на основе метода конечных элементов;
- частотные исследования;
- термический и гидродинамический анализ;
- кинематические исследования;
- моделирование таких процессов, как литье под давлением;
- оптимизацию продуктов или процессов и другие.

Наибольшей популярностью CAE пользуются в следующих отраслях производства:

- машиностроение и станкостроение;
- оборонная и аэрокосмическая промышленность;
- энергетика, судостроение;
- производство полупроводников;
- телекоммуникации;
- химическая, фармацевтическая и медицинская промышленность;
- строительство;
- производство систем отопления, кондиционирования, вентиляции;
- автомобильная промышленность.

Основные направления в развитии CAE

В процессе развития CAE разработчики стремятся увеличить их возможности и расширить сферы внедрения.

Основными направлениями развития CAE являются:

- совершенствование методов решения междисциплинарных задач моделирования;
- разработка новых платформ для интеграции различных систем CAE, а также для интеграции CAE-систем в PLM-решения;
- повышение функциональной совместимости CAE и CAD-систем;
- совершенствование методов построения расчетных сеток, описания граничных условий, параллельных вычислений и т. д.;
- улучшение характеристик моделей, которые применяются для описания свойств материалов;
- оптимизация систем CAE для компьютерных платформ с 64-битными и многоядерными процессорами, и тем самым улучшение условий для моделирования сложных конструкций с большим количеством степеней свободы.

Мировые лидеры рынка CAE-систем

ANSYS (биржевой индекс ANSS) основана в 1970 году. На компанию работает почти 3000 профессионалов, штаб-квартира располагается в городе Canonsburg (Пенсильвания, США). Компания ANSYS давно является единоличным лидером рынка CAE. Ведущую позицию она заняла еще в 2006 году. И с каждым годом ANSYS, динамично развиваясь, улучшает свои показатели.

Dassault Systemes (биржевой индекс DASTY), с 2009 года возглавляющая рейтинг «королей» PLM, на рынке CAE занимает 2-ю позицию. Работы в области CAE-технологий ведутся под брендом SIMULIA, который появился после приобретения в 2005 году компании ABAQUS. Инструменты для инженерного анализа содержатся также в пакетах CATIA и SOLIDWORKS. Таким образом, у этой французской компании, помимо штаб-квартиры в Voelizy-Villacoublay, есть еще два географических центра, влияющих на развитие CAE-технологий: у под-

разделения SIMULIA штаб-квартира находится в городе Providence (шт. Род-Айленд, США), а у SOLIDWORKS — в гор. Waltham (шт. Массачусетс, США).

Siemens PLM Software удерживает 3-е место на рынке PLM. Штаб-квартира компании, являющейся подразделением европейского концерна Siemens, располагается в городе Plano (штат Техас, США). Линейка продуктов CAE, выпускаемых Siemens PLM Software, включает NX CAE — набор средств инженерного анализа с основными расчетными модулями NX Nastran, NX Thermal и NX Flow.

14 июня 2016 года компания Siemens PLM Software представила комплексный портфель продуктов для инженерного анализа Simcenter, включающий в себя инструменты для проведения 1D- и 3D-расчетов (в том числе решение NX CAE).

На рис. 1 представлена диаграмма, отображающая состояние на рынке CAE-систем 2013–2017 гг.

Расчетные методы, используемые для инженерных исследований в CAE-системах

При выполнении в CAE-системах задач инженерных исследований, называемых анализами, для описания поведения объекта исследования в заданных условиях создается расчетная модель, которая включает геометрическую 3D-модель детали или сборки и набор условий, ограничивающих нагрузки и перемещения исследуемого изделия.

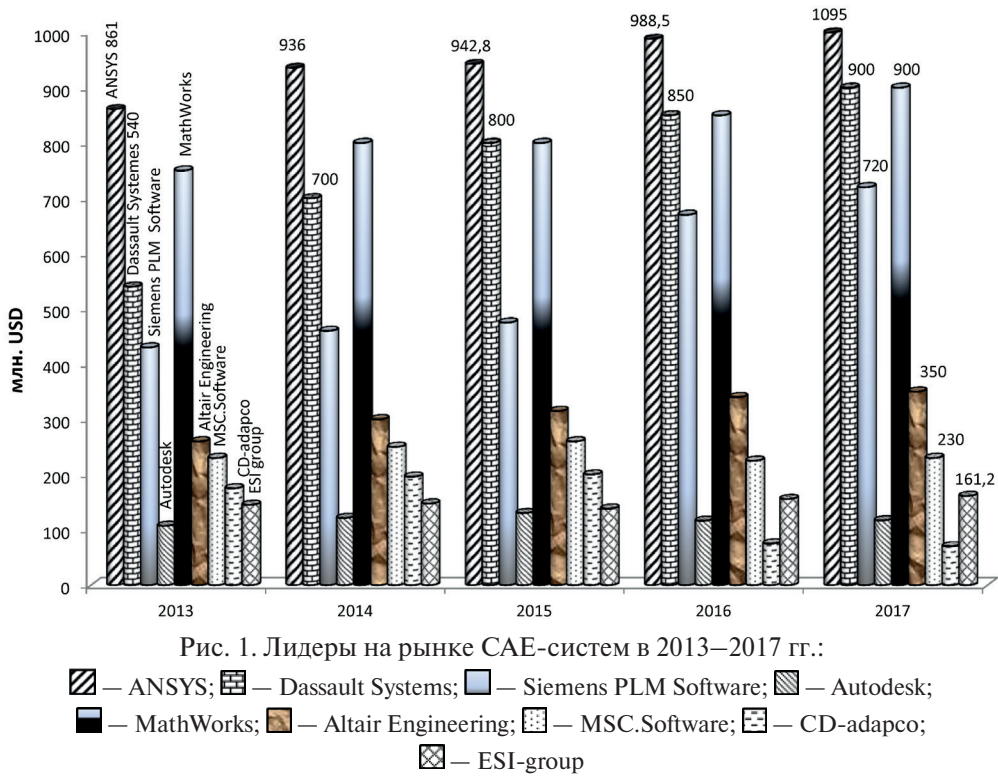
Обычно исходная задача инженерного анализа формулируется в дифференциальных уравнениях с частными производными совместно с начальными и граничными условиями.

По используемому математическому аппарату методы решения задач в частных производных делят на две группы: **аналитические** и **численные**.

При использовании **аналитических методов** решение задачи получается в виде формулы, позволяющей по заданному значению аргумента получить значение искомой функции. В этом случае говорят, что решение получено в аналитической форме.

Большое количество инженерных задач, связанных с исследованием напряженно-деформированного состояния твердых тел, может быть

решено аналитическими методами теории упругости и пластичности, теории пластин и оболочек и др. теорий.



Например, если задача по определению напряжений, перемещений, собственных частот в конструкции с простой геометрией сводится к решению простейших алгебраических, тригонометрических, дифференциальных и т. д. уравнений, известных из курсов «Сопротивление материала», «Теоретическая механика», то решение может быть получено в аналитической форме.

Преимущество аналитических методов: в результате их применения за небольшой отрезок времени сразу получается точный ответ.

Недостаток аналитических методов: область их применения обычно ограничивается простыми геометрическими конфигурациями и несложными граничными условиями. Аналитическое решение может быть получено для систем линейных алгебраических уравнений невысокой размерности, линейных дифференциальных уравнений с обыкновенными производными, в основном — однород-

ных с постоянными коэффициентами. Решения получают путем подстановок, функциональных преобразований, строго обосновывая некоторое количество принятых допущений. Из-за грубости модели физическая точность этого подхода невелика; нередко такой подход позволяет оценить лишь порядки величин. Для более точных и сложных моделей аналитические решения удастся получить сравнительно редко.

Многие важные технические задачи не могут быть решены аналитически вследствие сложности геометрии конструкции и граничных условий.

Для решения задач со сложной геометрией основным инструментом в настоящее время являются численные методы.

Численные методы — методы приближенного решения математических задач, сводящиеся к выполнению конечного числа арифметических действий над числами, выполняемых обычно приближенно. Они дают результат в виде числового значения с погрешностью, приемлемой для данной задачи.

Отличие от аналитических методов:

- численные методы позволяют получить только приближенное решение задачи;
- численные методы позволяют получить решение задачи с конкретными значениями параметров и исходных данных (т. е. вместо общей формулы аналитического решения получаются конкретные значения искомых величин для определенного набора исходных данных).

Для анализа зависимости решения от параметров и начальных условий необходимо провести целую серию расчетов.

В численных методах решения дифференциальных уравнений в частных производных (в отличие от аналитических) в качестве неизвестных используются значения зависимой переменной (температуры, перемещения, напряжения) в некотором конечном числе точек исходной области (в узлах расчетной сетки). Производится дискретизация дифференциальных уравнений. В результате специальных преобразований система уравнений в частных производных заменяется системой линейных алгебраических уравнений для неизвестных значений в узлах сетки.

Вопросы для самопроверки

Дополните предложение, выбрав правильный ответ из предложенных:

1. САЕ-системы — это:
 1. Системы компьютерного моделирования;
 2. Системы компьютерной подготовки производства;
 3. Системы инженерного анализа.
2. Численные методы решения математических задач позволяют получить:
 1. Точное решение задачи в виде числового значения;
 2. Точное решение задачи в виде формулы;
 3. Приближенное решение задачи с некоторой погрешностью.

Метод конечных элементов (МКЭ)

Наиболее распространенный расчетный метод, используемый в САЕ-системах, — это метод конечных элементов (finite element method) — МКЭ.

Это численный метод решения математических уравнений, возникающих при решении задач прикладной физики. Метод широко используется для решения задач механики деформируемого твердого тела, теплообмена, гидродинамики и электродинамики.

МКЭ занял лидирующее положение благодаря возможности моделировать широкий круг объектов и явлений. Он может быть использован для абсолютного большинства конструктивных элементов, узлов и конструкций, изготовленных из самых разнообразных материалов, имеющих различную природу.

В основе метода лежит разделение области, в которой ищется решение дифференциальных уравнений, на конечное количество подобластей (конечных элементов) простой формы, связанных между собой конечным числом узлов, т. е. производится **дискретизация** объекта исследования. Процесс деления модели на малые части называется **созданием конечно-элементной сетки** (рис. 2). Геометрическая модель превращается в сеточную. При этом сложная задача заменяется несколькими простыми задачами, которые необходимо решить совместно.

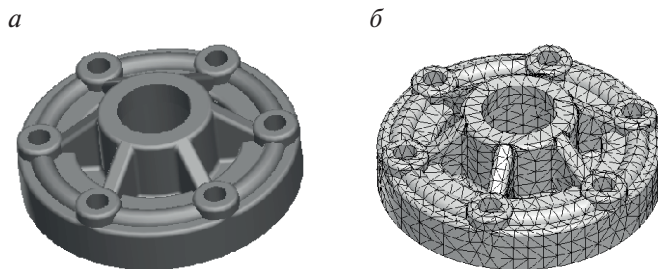


Рис. 2. Создание конечно-элементной сетки:

а — модель детали; *б* — модель, разделенная на мелкие части (элементы)

В САЕ-системах имеются специальные средства генерации конечно-элементных сеток с учетом кривизны поверхностей и других особенностей геометрии изделия.

Если говорить математическим языком, то основная идея метода — аппроксимация непрерывной функции линейной комбинацией кусочно-непрерывных базисных функций, определенных на конечном числе подобластей:

$$T(x) \approx \sum_{i=0}^N T_i N_i(x).$$

При использовании МКЭ предполагается, что возникающие в процессе нагружения деформации — упругие малые, граничные условия не изменяются ни по величине, ни по направлению и жесткость не зависит от деформаций.

Понятие конечного элемента

В методе конечных элементов используются элементы различных форм: треугольники, четырехугольники, тетраэдры, призмы и др.

Наиболее распространенные в САЕ-системах типы конечных элементов для твердотельных моделей:

- объемный тетраэдральный элемент с линейным полем перемещений и постоянной деформацией (рис. 3, а),
- объемный тетраэдральный элемент с параболическим полем перемещений (линейным распределением деформаций) (рис. 3, б).

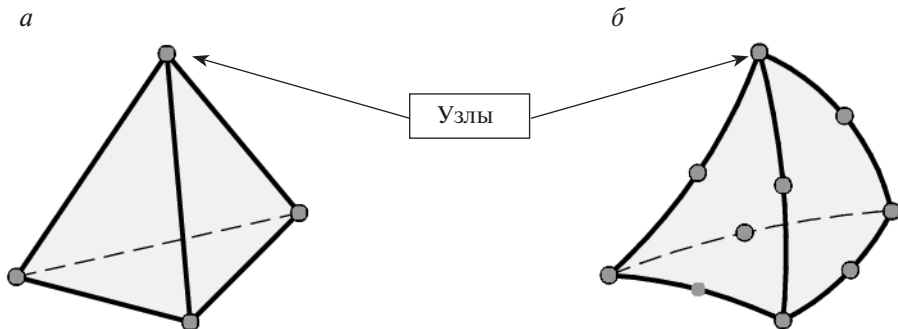


Рис. 3. Тетраэдральные элементы твердотельных моделей:

а — линейный; б — параболический

Для оболочек (поверхностей и листового металла с одинаковой толщиной) обычно используются треугольные элементы (рис. 4):

- треугольный элемент оболочки с линейным полем перемещений и углов поворота (рис. 4, *а*);
- треугольный элемент оболочки с параболическим полем перемещений и углов поворота (рис. 4, *б*).

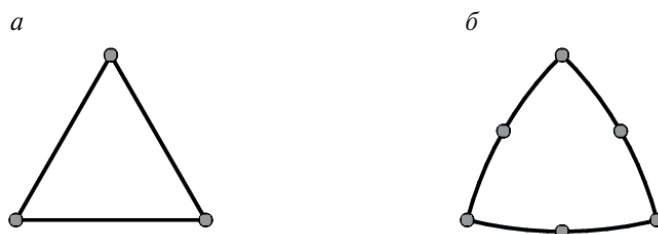


Рис. 4. Треугольные элементы оболочки:
а — линейный; *б* — параболический

Элементы имеют общие точки — узлы (см. рис. 3).

Для расчетов конструкции реакция узла представляется, в общем случае, тремя перемещениями и тремя вращениями. Они называются степенями свободы.

Степени свободы в каждом узле тетраэдрального элемента — перемещения U , V , W в направлении осей X , Y , Z локальной системы координат (рис. 5).

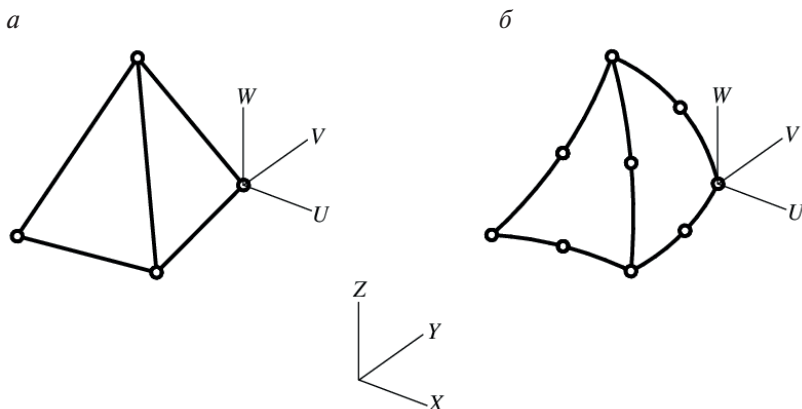


Рис. 5. Степени свободы в узлах тетраэдральных элементов:
а — линейного; *б* — параболического

В каждом узле элемента оболочек (поверхностей) выделяют шесть степеней свободы: три перемещения — U , V , W и три угла поворота нормали к срединной поверхности относительно осей координат — φ_x , φ_y , φ_z (рис. 6).

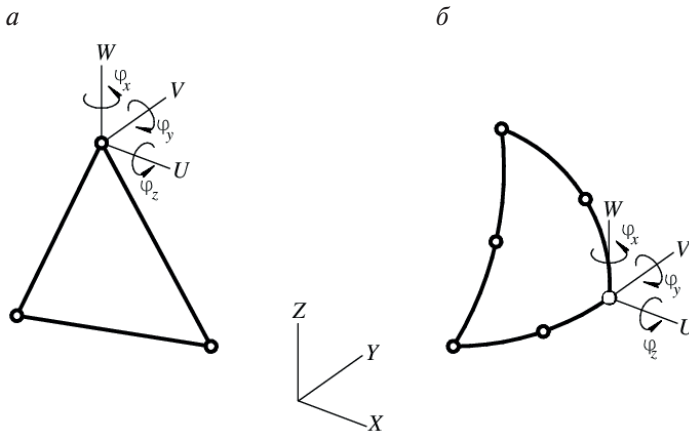


Рис. 6. Степени свободы в узлах элементов оболочек:
 a — линейного; b — параболического

Каждому узлу конечного элемента задается ряд параметров, зависящих от типа анализа и используемого элемента (это могут быть, например, характеристики жесткости и прочности материала, плотность, температура узла и т. д.).

Аппроксимирующая функция

Программное обеспечение САЕ-системы для каждого конечного элемента генерирует аппроксимирующую функцию, связывающую поля интересующих величин (перемещения, деформации, напряжения и т. д.) с задаваемыми свойствами материала изделия, ограничениями и нагрузками: линейную — для элементов с плоскими гранями или параболическую — для элементов с параболическими гранями.

Аппроксимация, или **приближение** — научный метод, состоящий в замене одних объектов другими, в каком-то смысле близкими к исходным объектам, но более простыми. Аппроксимация позволяет исследовать

довать числовые характеристики и качественные свойства объекта, сводя задачу к изучению более простых или более удобных объектов.

Аппроксимирующая функция — функция, близкая в некотором смысле к исследуемой истинной функции. В простейшем случае аппроксимирующую функцию задают в виде **полинома первой степени**.

Полином (или многочлен) от n переменных — это сумма одночленов или, строго, — конечная формальная сумма вида

$$\sum_I c_I x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_n^{i_n},$$

где c_I — **коэффициент многочлена**, зависящий только от I ; $I = (i_1, i_2, \dots, i_n)$ — набор из целых неотрицательных чисел.

В частности, многочлен от одной переменной есть конечная формальная сумма вида

$$c_0 + c_1 x^1 + c_2 x^2 + \dots + c_m x^m,$$

где c_i — фиксированные коэффициенты; x — переменная.

Вне своего элемента аппроксимирующая функция равна нулю.

Значения функций на границах элементов (в узлах) являются решением задачи и заранее неизвестны.

Коэффициенты аппроксимирующих функций обычно ищутся из условия равенства значения соседних функций на границах между элементами (в узлах).

Затем эти коэффициенты выражаются через значения функций в узлах элементов. Составляется система линейных алгебраических уравнений. Количество уравнений равно количеству неизвестных значений в узлах, на которых ищется решение исходной системы, прямо пропорционально количеству элементов и ограничивается только возможностями ЭВМ.

Граничные условия

Граничные условия (нагрузки и ограничения) — совокупность всех внешних воздействий (кинематических, силовых, тепловых, гравитационных и т. д.), влияющих на состояние тела. Они необходимы для определения условий эксплуатации модели. Результаты анализов непосредственно зависят от заданных нагрузок и ограничений.

Граничные условия в задачах механики делятся на 2 группы: *кинематические* и *статические*.

Кинематические условия требуют задавать на границах или в объеме для тела перемещения, а для оболочек — и углы поворота. Они могут иметь характер ограничения подвижности в одном или нескольких направлениях или предварительно заданного перемещения. Типичные граничные условия для сборок — условие совместного перемещения поверхностей контактирующих тел.

Кинематические граничные условия могут задаваться на гранях, кромках и в вершинах объекта.

Статические условия — это нагрузки, которые могут быть сосредоточенными, распределенными по кромке или распределенными по поверхности. Сосредоточенные нагрузки имеют размерность «сила», распределенные нагрузки по кромке имеют размерность «сила/длина», а по поверхности — «сила/площадь». Например, давление относится к распределенной нагрузке по поверхности.

Матрица жесткости

Для каждого конечного элемента вычисляется *матрица жесткости*. Произведение матрицы жесткости на столбец перемещений в узлах элемента дает столбец усилий в узлах. В формулы для расчета компонентов матриц жесткости конечных элементов входят *модули упругости* и *коэффициенты Пуассона* материалов.

Матрицы жесткости элементов собираются в глобальную матрицу жесткости $[K]$. Столбцы перемещений u, v, w в узлах 1, 2, ..., i , ... объединяются в общий столбец перемещений $[\Delta]$:

$$[\Delta] = [u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2, \dots, u_k, v_k, w_k, \dots]^T.$$

Усилия в направлении осей x, y, z в узлах отдельных элементов суммируются в глобальный столбец усилий $[p]$:

$$[p] = [p_{1x}, p_{1y}, p_{1z}, p_{2x}, p_{2y}, p_{2z}, \dots, p_{kx}, p_{ky}, p_{kz}, \dots]^T,$$

образуя в результате систему линейных уравнений, в которой неизвестными являются перемещения (углы поворота):

$$[K][\Delta] = [p].$$

Глобальная матрица жесткости $[K]$ разреженная, т.е имеет преимущественно нулевые элементы. Для обработки такой матрицы используют специальные методы.

Система уравнений решается с вычислением столбца перемещений $[\Delta]$. Это наиболее трудоемкий этап расчета. Для решения используются итерационные или прямые методы.

Для каждого конечного элемента при наличии перемещений (или углов поворота) в узлах и аппроксимирующей функции рассчитываются деформации. Если элементы линейные, то деформации в пределах элементов постоянные; если элементы параболические, то деформации изменяются линейно. На основе деформаций вычисляются напряжения в элементах.

На основе компонентов напряженно-деформированного состояния и параметров прочности материала производится вычисление эквивалентных напряжений по какому-либо критерию прочности.

Вопросы для самопроверки

Дополните предложения, выбрав правильные ответы из предложенных:

1. Дискретизация в САЕ-системах — это:
 - а) округление дробных чисел до целых;
 - б) построение конечно-элементной сетки;
 - в) частота расчета данных.
2. В методе конечных элементов конечный элемент это:
 - а) конечный результат решения задачи;
 - б) маленькая частица объекта, для которого ищется решение;
 - в) сетка, накладываемая на объект исследования;
 - г) самая мелкая частица объекта исследования.
3. В САЕ-системах конечно-элементная сетка может состоять из:
 - а) линий;
 - б) точек;
 - в) призм;

- в) тетраэдров;
 - г) треугольников.
4. При использовании метода конечных элементов можно получить:
- а) точное решение задачи;
 - б) приближенное решение задачи.
5. Прямые вычислительные методы позволяют получить:
- а) точное решение задачи;
 - б) приближенное решение задачи.

Система анализа конструкций

SolidWorks Simulation

Процесс создания нового изделия включает в себя эксплуатационное тестирование изделия для того, чтобы удостовериться в его работоспособности.

При отсутствии инструментов анализа эта задача может быть решена только за счет выполнения дорогостоящих и затратных по времени циклов разработки изделия, которые включают следующие этапы:

- построение модели;
- построение опытного образца конструкции;
- эксплуатационное испытание опытного образца;
- оценка результатов эксплуатационных испытаний;
- изменение конструкции на основании результатов эксплуатационных испытаний.

Этот процесс продолжается до получения удовлетворительного решения. При включении в процесс разработки изделия анализа на основе САПР удастся получить следующие преимущества:

- уменьшить стоимость разработки за счет проведения испытания модели на компьютере вместо дорогостоящих эксплуатационных испытаний;
- сократить время, необходимое для представления продуктов на рынок, путем уменьшения количества циклов разработки изделия;
- улучшить изделия посредством быстрой проверки сразу большого количества концепций и сценариев перед принятием окончательного решения, тем самым предоставляя разработчику дополнительное время на обдумывание новых конструкций.

SolidWorks Simulation — это система анализа конструкций, полностью интегрированная с SolidWorks. SolidWorks Simulation предоставляет-

ся несколькими пакетами. Программное обеспечение использует метод конечных элементов (МКЭ).

Анализ в SolidWorks Simulation выполняется в следующем порядке:

- создается конечно-элементная сетка, которая делит исследуемую модель на много малых конечных элементов простых форм. Конечные элементы эффективно заменяют сложную задачу несколькими простыми, которые необходимо решить совместно;
- каждый узел конечного элемента полностью описывается рядом параметров, зависящих от типа анализа и используемого элемента. Для расчетов конструкции реакция узла представляется в общем случае тремя перемещениями и тремя вращениями. Они называются *степенями свободы*;
- реакция в любой точке элемента интерполируется из реакции узлов элементов (*интерполяция* — способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений);
- программное обеспечение создает уравнение, управляющее поведением каждого элемента с учетом его связей с другими элементами. Эти уравнения связывают реакцию со свойствами материала, ограничениями и нагрузками;
- уравнения всех элементов объединяются в большую систему совместных алгебраических уравнений и определяются неизвестные.

Например, для расчета напряжений программа находит перемещения в каждом узле, затем вычисляет деформации и напряжение.

В базовый пакет SolidWorks входит также расчетный модуль Simulation Xpress, который по сравнению с SolidWorks Simulation имеет ограниченные расчетные возможности: поддерживает анализ отдельного твердого тела, но не поддерживает сборки, многотельные детали или тела поверхности и др.

Типы исследований в SolidWorks Simulation

Программное обеспечение SolidWorks Simulation предлагает следующие типы исследований:

- линейный статический анализ;
- частотные исследования;

- динамические исследования;
- исследования потери устойчивости;
- термические исследования;
- исследования проектирования;
- нелинейные исследования;
- исследования на ударную нагрузку;
- исследования усталости (материалов).

Свойства материалов, используемые в SolidWorks Simulation

Виды материалов

1. Изотропные материалы. Материал считается изотропным при идентичности физических свойств (прочности, упругости и др.) вдоль всех направлений. Примеры изотропных материалов: *сталь, медь и многие другие металлы, прессованные пластики, бетон.*

2. Анизотропные материалы. Материалы, которые обнаруживают разные свойства в разных направлениях, называются *анизотропными*.

Например, образец, вырезанный из дерева вдоль волокна, имеет свойства, отличные от образца, вырезанного поперек волокна.

Обработка давлением — ковка, штамповка, прокат создает определенную ориентацию зерен, поэтому, например свойства проката в продольном и поперечном направлениях будут различными. Такая анизотропия в меньшей степени относится к упругим свойствам, чем к пластичности и прочности.

Модуль упругости в продольном и поперечном направлениях проката почти одинаков, а характеристики прочности, например сопротивление разрыву, значительно отличаются.

Стеклопластики искусственно созданы анизотропными — они представляют собой ткань или просто слои из стеклянного волокна, пропитанные полимерным материалом. К этому же ряду относятся плиты из армированного бетона и пр.

3. Ортотропные материалы. Ортотропия — это частный случай анизотропии.

Материал считается ортотропным в случае неодинаковости свойств по двум (трем) взаимно перпендикулярным направлениям (рис. 7).

Ортотропными материалами являются дерево, большинство минералов и металлопрокат.

Например, механические свойства дерева в указанной точке характеризуются вдоль продольного, тангенциального и радиального направления:

- продольная (ось X) параллельна направлению текстуры (волокон);
- тангенциальная (ось Y) является касательной к кольцам роста;
- радиальная (ось Z) перпендикулярна кольцам роста.

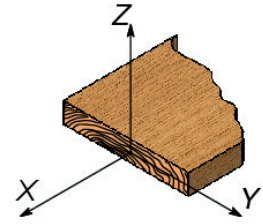


Рис. 7. Пример ортотропного материала

Хрупкие и пластичные материалы

Пластичными называются материалы, разрушению которых предшествуют большие (иногда до 20...25 %) остаточные деформации.

Характерные представители пластичных материалов: малоуглеродистая сталь и алюминий.

Хрупкость — свойство материала разрушаться при малых остаточных деформациях, не превышающих 2...5 %.

К **хрупким материалам** относятся чугун (содержание углерода — не менее 2,14 %, что придает ему твердость, снижая пластичность и вязкость), высокоуглеродистая инструментальная сталь, стекло, кирпич и др.

Пластичные и хрупкие материалы имеют различия в характере разрушения при растяжении/сжатии.

Пластичные материалы проявляют большее сопротивление отрыву частиц, чем сдвигу их друг относительно друга (и разрушаются, главным образом, от сдвига частиц в плоскостях действия наибольших касательных напряжений).

Именно вследствие сдвига частиц увеличивается длина образца из пластичного материала при его растяжении, а место разрушения в шейке имеет вид кратера, стенки которого наклонены к оси образца под углом 45° (рис. 8).

Дном этого кратера является поверхность первоначальной внутренней трещины, возникающей после образования шейки.



Рис. 8. Пример разрушения пластичных материалов при растяжении



Рис. 9. Пример разрушения хрупких материалов при растяжении

Хрупкие материалы, наоборот, обладают большим сопротивлением сдвигу, чем отрыву, и разрушаются при растяжении внезапно вследствие отрыва частиц материала по плоскости поперечного сечения (рис. 9). Явления текучести, упрочнения и образования шейки на образцах из таких материалов перед разрывом не наблюдаются.

Единственной прочностной характеристикой хрупких материалов является предел прочности.

Диаграммы растяжения-сжатия различных конструкционных материалов приведены на рис. 10.

На рис. 10, *а* показана диаграмма растяжения пластичной малоуглеродистой стали. Напряжение $\sigma_{\text{пл}}$ на диаграмме — предел пропорциональности — это наибольшее напряжение, до которого справедлив закон Гука. Пластичные материалы имеют участок — «площадку текучести», на котором напряжения практически не изменяются с ростом деформаций. Этот участок характеризуется пределом текучести $\sigma_{\text{т}}$. Напряжение, соответствующее верхней точке диаграммы, называется временным сопротивлением или пределом прочности — $\sigma_{\text{в}}$.

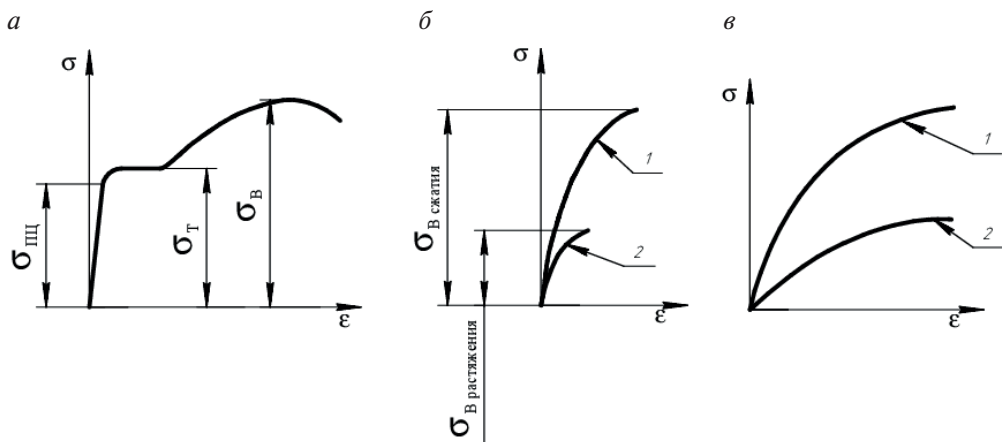


Рис. 10. Диаграммы растяжения-сжатия различных конструкционных материалов: *а* — малоуглеродистой стали; *б* — чугуна: 1 — при сжатии; 2 — при растяжении; *в* — дерева: 1 — вдоль волокон; 2 — поперек волокон

Диаграмма сжатия пластичной малоуглеродистой стали в интервале до предела текучести такая же, как и при растяжении: предел про-

порциональности $\sigma_{\text{пл}}$, предел текучести σ_t и модуль упругости E при сжатии и при растяжении соответственно приблизительно равны. Поэтому значительно чаще пластичную малоуглеродистую сталь испытывают на растяжение.

Диаграммы сжатия-растяжения чугуна, относящегося к хрупким материалам (рис. 10, б), характерны тем, что в отличие от пластичных материалов нагрузка, соответствующая пределу прочности при сжатии чугуна, в 3–5 раз превышает нагрузку, соответствующую пределу прочности при растяжении. Если для пластичных материалов основным видом испытаний является растяжение, то для хрупких материалов — сжатие. Разрушение происходит внезапно с появлением трещин. Такой характер разрушения объясняется действием касательных напряжений, возникающих в наклонных плоскостях. Поэтому для хрупких материалов обычно определяют только предел прочности. Зависимость между напряжением и деформацией практически до разрушения у хрупких материалов остается слабо нелинейной. К хрупким материалам, кроме чугуна, относятся инструментальные стали, твердосплавные материалы, стекло, бетон и др.

Диаграмма растяжения-сжатия дерева (рис. 10, в) является характерной для анизотропных материалов. **При растяжении/сжатии анизотропного материала** также определяется только предел прочности. Прочность дерева при сжатии поперек волокон \sim в 8–10 раз меньше, чем вдоль волокон.

Физические величины материалов, используемые в SolidWorks Simulation

1. **Напряжение материала** — может быть выражено следующей формулой:

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S},$$

где ΔF — сила, действующая на тело в некоторой его точке через бесконечно малую площадку ΔS вокруг этой точки на плоскости.

2. **Деформация** — это отношение изменения длины ΔL к начальной длине L изделия при воздействии нагрузок (рис. 11). Материал разрушается там, где нагрузки превысили определенный уровень.

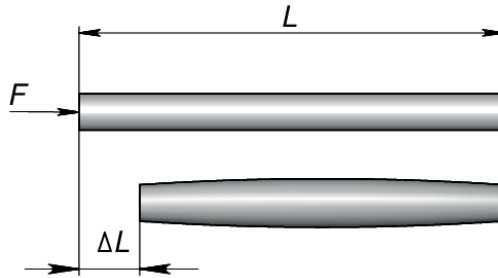


Рис. 11. Деформация материалов

3. Модуль упругости (E). В наиболее распространенном случае для линейно-упругого материала зависимость напряжения и деформации линейная (закон Гука):

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon},$$

где E — модуль упругости; σ — напряжение, вызывающее деформацию объекта; ε — упругая деформация объекта, вызванная напряжением.

Единицы измерения модуля упругости — Па (в соответствии с единицами измерения σ , так как ε — безразмерная величина).

Модуль упругости определяется как отношение напряжения вдоль каждой оси XYZ к вызванной им деформации объекта вдоль этой оси.

Впервые понятие модуля упругости было использовано Юнгом и зачастую называется «Модулем Юнга».

Модули упругости применяются в статическом, нелинейном, частотном, динамическом анализах и исследовании продольного изгиба.

4. Коэффициент Пуассона (μ). Удлинение материала в продольном направлении сопровождается сжатиями в поперечных направлениях (рис. 12).

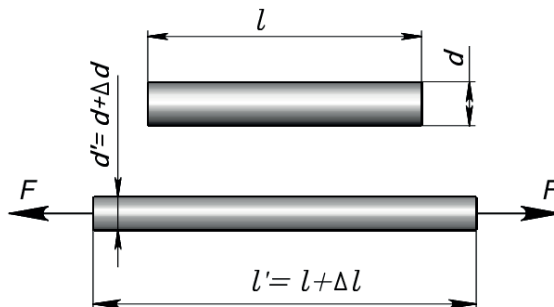


Рис. 12. Однородный стержень до и после приложения к нему растягивающих сил

Коэффициент Пуассона — это безразмерная величина отношения относительного поперечного сжатия к относительному продольному растяжению:

$$\mu = -\frac{\Delta d}{d} \frac{l}{\Delta l}.$$

При воздействии напряжения растяжения по оси X коэффициент Пуассона определяется отношением продольного сжатия по оси Y к продольной деформации по оси X .

Для изотропных материалов коэффициенты Пуассона во всех плоскостях равны

$$(\mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{zy}).$$

При сжатии коэффициент Пуассона имеет то же значение, что и при растяжении.

Для абсолютно хрупких материалов $\mu = 0$; для абсолютно несжимаемых $\mu = 0,5$. Для большинства сталей $\mu \approx 0,3$; для резины $\mu \approx 0,5$.

Коэффициенты Пуассона применяются в *статическом, нелинейном, частотном, динамическом и анализе продольного изгиба*.

5. Модуль сдвига, или модуль жесткости (G) — характеризует способность материала сопротивляться изменению формы при сохранении его объема. Для однородного изотропного материала он определяется следующим соотношением:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}.$$

Модули сдвига применяются в *статическом, нелинейном, частотном, динамическом и анализе продольного изгиба*.

6. Плотность (ρ) — отношение массы на единицу объема вещества. В качестве единиц измерения плотности используются фунт/дюйм³ — в британской системе мер и кг/м³ — в СИ.

Плотность применяется в *статическом, нелинейном, частотном, динамическом, термическом и анализе продольного изгиба*.

7. Коэффициент теплового расширения (β) — определяется относительным изменением длины при изменении температуры на 1 °K при постоянном давлении. Имеет размерность обратной температуры.

8. **Теплопроводность** характеризует эффективность проводимости материалом тепловой энергии. Она определяется скоростью передачи тепловой энергии через единицу толщины материала на единицу разности температуры. Единицами теплопроводности являются БТЕ/дюйм · сек °F (БТЕ — британская тепловая единица; $0\text{ }^{\circ}\text{C} = 32\text{ }^{\circ}\text{F}$) в британской системе мер и Вт/м °K — в системе СИ ($0\text{ }^{\circ}\text{C} = 273,15\text{ }^{\circ}\text{K}$). Теплопроводность используется в *термическом анализе*.

9. **Удельная теплоемкость (c)** — количество теплоты, требуемое для повышения температуры единицы массы материала на один градус. В качестве единиц измерения удельной теплоемкости используются БТЕ/фунт силы °F в британской системе мер, и Дж/кг °K — в системе СИ. Удельная теплоемкость используется в *переходном термическом анализе*.

Формула расчета удельной теплоемкости:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T},$$

где c — удельная теплоемкость; Q — количество теплоты, полученное веществом при нагреве (или выделившееся при охлаждении); m — масса нагреваемого (охлаждающегося) вещества; ΔT — разность конечной и начальной температур вещества.

10. **Демпфирование** — искусственное подавление колебаний механических, электрических и др. систем за счет уменьшения амплитуды колебаний в системе.

Для демпфирования используются демпферы (например, амортизаторы, используемые в подвесках автомобилей, поршни, движущиеся в вязкой среде — в гидравлических системах и пр.). Демпфер уменьшает **добротность** колебательной системы.

11. **Коэффициент демпфирования материала** позволяет определить демпфирование в качестве характеристики материала. Используется в динамическом анализе для расчета эквивалентных коэффициентов модального демпфирования. Коэффициент изменяется от 0,01 для слабодемпфированных систем до 0,15 или более для сильно демпфированных систем.

В табл. 1 приведены значения коэффициента вязкостного демпфирования для различных конструкционных систем, в табл. 2 — значения коэффициента вязкостного демпфирования для некоторых материалов.

12. Добротность колебательной системы — характеристика резонансных свойств системы, показывающая, во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний при резонансе превышает амплитуду при его отсутствии.

Добротность обратно пропорциональна скорости затухания собственных колебаний в системе (т. е. чем выше добротность колебательной системы, тем меньше потери энергии за каждый период и тем медленнее затухают колебания). При добротности $\leq 0,5$ колебательное движение превращается в апериодическое (т. е. выведенная из положения равновесия система возвращается в состояние равновесия, не совершая колебаний).

Таблица 1

Коэффициенты вязкостного демпфирования

№ п/п	Система*	Коэффициент вязкостного демпфирования**
1	Металлы (в области упругих деформаций)	менее 0,01
2	Цельные металлические конструкции	0,02–0,04
3	Металлические конструкции с соединениями	0,03–0,07
4	Алюминиевые/стальные линии передач	~ 0,04
5	Трубопроводные системы малого диаметра	0,01–0,02
6	Трубопроводные системы большого диаметра	0,02–0,03
7	Автомобильные амортизаторы	~ 0,30
8	Резина	0,05
9	Большие здания во время землетрясения	0,01–0,05
10	Предварительно напряженные бетонные конструкции	0,02–0,05
11	Железобетонные конструкции	0,04–0,07

Таблица 2

Коэффициенты вязкостного демпфирования некоторых материалов

№ п/п	Материал	Коэффициент вязкостного демпфирования** (ниже приблизительно 20° С)***
1	Алюминий	~ $0,5 \cdot 10^{-4}$
2	Свинец (чистый)	~ 10^{-2}
3	Железо	от 1 до $3 \cdot 10^{-4}$

Окончание табл. 2

№ п/п	Материал	Коэффициент вязкостного демпфирования** (ниже приблизительно 20° С)***
4	Медь (поликристаллическая)	10^{-3}
5	Магний	$\sim 0,5 \cdot 10^{-4}$
6	Латунь	$< 0,5 \cdot 10^{-3}$
7	Никель	$< 0,5 \cdot 10^{-3}$
8	Серебро	$< 1,5 \cdot 10^{-3}$
9	Висмут	$\sim 4 \cdot 10^{-4}$
10	Цинк	$\sim 1,5 \cdot 10^{-4}$
11	Олово	$\sim 10 \cdot 10^{-4}$

* Данные взяты из: Adams Vince, Askenazi Abraham. Building Better Products with Finite Element Analysis. Santa Fe : OnWord Press.

** Коэффициенты вязкостного демпфирования даны в качестве процента от критического демпфирования.

*** Коэффициенты вязкостного демпфирования получаются посредством деления на 2 коэффициентов потери гибкости материалов, приведенных в: Cremer L., Heckl M. // Structure-Borne Sound. New York: Springer-Verlag, 1988.

Объекты исследования в SolidWorks Simulation

При проведении исследований в SolidWorks Simulation реальные изделия могут быть представлены в виде следующих объектов:

- твердотельных деталей и сборок (см. рис. 2);
- оболочек;
- балок;
- стержней.

Элементы оболочки (рис. 13) в SW Simulation используются для создания сетки:

- в деталях из листового металла;
- в тонкостенных деталях.

Чтобы различить верхнюю и нижнюю грани элементов оболочки, в SW Simulation назначаются различные цвета для верхней и нижней граней созданных оболочек (рис. 13, б).

Элементы балки (рис. 14) позволяют повысить быстродействие Simulation — размер задачи и требуемые ресурсы значительно уменьшаются. Чтобы постановка задачи для балок дала приемлемые результаты, длины балки должна быть в 10 раз больше наиболее длинного показателя ее сечения.

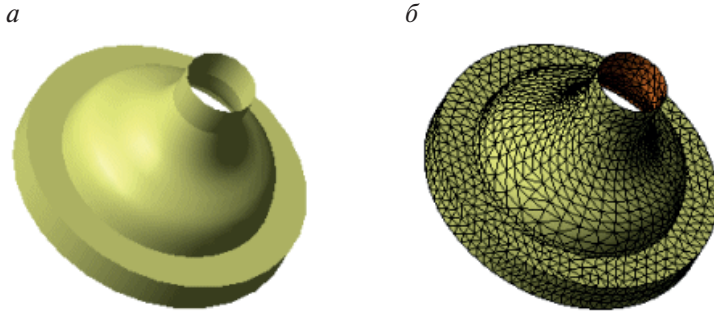


Рис. 13. Элементы оболочки:
а — модель; б — сетка на модели

Для балочных элементов возможны исследования:

- потери устойчивости;
- статические;
- частотные;
- нелинейные.

Каждый *прямой элемент конструкции* определяется прямой линией, ограниченной точками соединений 1 и 2 на его концах (рис. 14). Программное обеспечение автоматически создает для него систему координат. Эта система определяет осевое направление балки — от точки 1 к точке 2. Изогнутый элемент конструкции моделируется множеством прямых балок. Предполагается, что поперечное сечение бал-

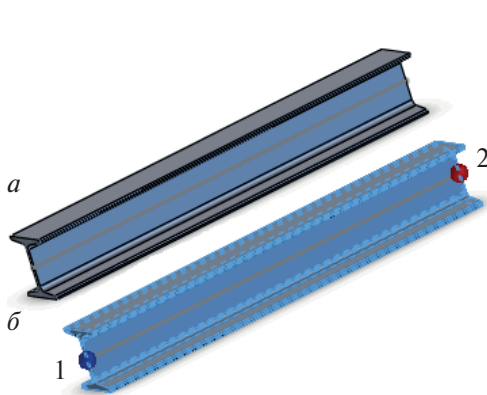


Рис. 14. Прямой элемент конструкции балки:

а — модель прямой двутавровой балки;
б — определение элемента конструкции как балка: 1, 2 — точки соединений

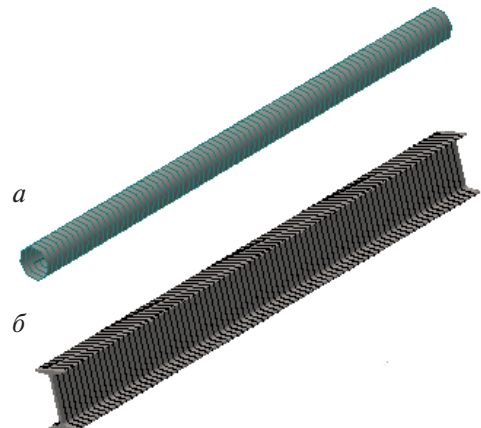


Рис. 15. Представление балочных элементов при просмотре сетки:

а — условными цилиндрами; б — фактической геометрией балки

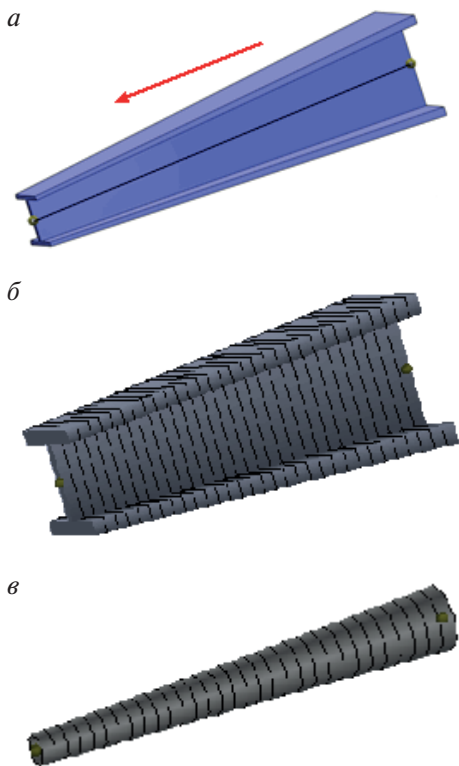


Рис. 16. Суживающиеся балки:

а — модель двутавровой балки; *б* — представление балочных элементов фактической геометрией; *в* — условное представление балочных элементов цилиндрами

ки является постоянным по всей ее длине

Программа SW Simulation разделяет балку конечно-элементной сеткой на множество балочных элементов (рис. 15). Каждый балочный элемент определяется двумя конечными узлами и поперечным сечением. При просмотре сетки и результатов расчета балки могут условно изображаться цилиндрами (рис. 15, *а*) или фактической геометрией балки (рис. 15, *б*).

Суживающаяся балка (рис. 16) представляется отрезком прямой линии, совпадающим с нейтральной осью, ограниченным двумя конечными точками соединений.

При построении сетки балка разделяется на несколько суживающихся балок и может быть представлена цилиндрами или геометрией балки.

Каждый элемент состоит из двух узлов с различной площадью поперечного сечения. Сетка и результирующие эпюры дают визуальное

представление об уклоне по длине балки.

Создание балок. По умолчанию элементы балки создаются при построении модели, определенной как сварная конструкция. Однако при необходимости их можно рассматривать как твердые посредством выбора функции **Рассматривать как твердое тело** в дереве Simulation (например, для коротких элементов конструкции, у которых отношение длины к наибольшему поперечному сечению меньше 3,0, рекомендуется использовать сетку на твердом теле). Твердые тела также можно преобразовать в балки при помощи функции **Рассматривать как балку**, если соотношение длины тела и наибольшего поперечного сечения больше или равно 3,0.

Балочные элементы могут сопротивляться изгибу, поперечным силам и скручивающим нагрузкам. Типовая рама, смоделированная из балочных элементов для передачи нагрузки на опоры, представлена на рис. 17.

В балочных элементах требуется определение точного поперечного сечения для того, чтобы программа могла вычислить моменты инерции, нейтральные оси и расстояния от крайних волокон до нейтральных осей.

Соединения в балках определены на свободных концах элементов конструкции и на пересечении двух или более элементов конструкции.

Программа создает узел в центре поперечного сечения каждого элемента соединения. Вследствие отсечения и использования различных поперечных сечений для различных элементов узлы элементов, связанных с соединением, могут не совпадать. Программа создает специальные элементы около соединения для моделирования жесткого соединения, основанного на геометрических и физических свойствах.

Элементы стержни являются специальными балочными элементами, которые могут сопротивляться только осевой деформации.

На рис. 18 представлен пример конструкции, смоделированной из стержневых элементов.

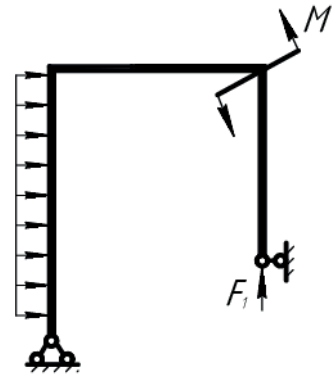


Рис. 17. Типовая рама, смоделированная из балочных элементов

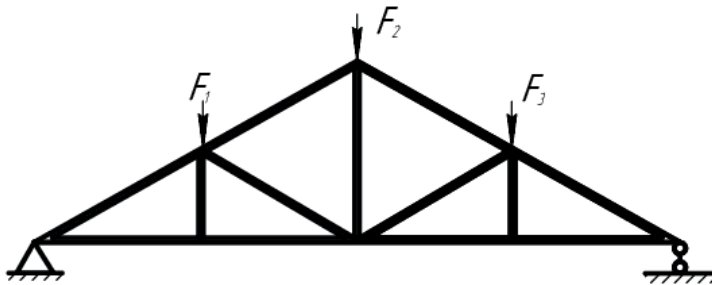


Рис. 18. Пример конструкции, смоделированной из стержневых элементов

Соединения в данной конструкции спроектированы так, что в них не образуются моменты. Единственным значительным усилием, появляющимся в каждом элементе, является осевое усилие. Осевое усилие

является постоянным по всей длине каждого элемента и вызывает осевое напряжение, которое одинаково по всему поперечному сечению.

Стержневые элементы широко используются в архитектурных и структурных отраслях, например мостах, крышах, гелиоэнергетических установках башенного типа и во многих других конструкциях.



Рис. 19. Пример стержневого элемента с заделкой в левом узле и с приложенным осевым усилием в правом узле

Стержневой элемент определен двумя узлами. Каждый узел имеет 3 степени свободы — перемещения в трех ортогональных направлениях.

Пример стержневого элемента, который заделан в левом узле, а в правом узле приложено осевое усилие F , приведен на рис. 19.

Осевое напряжение $S_x = F/A$, а осевое перемещение правого узла

$$U_x = FL / AE,$$

где F — осевое усилие по длине стержневого элемента; A — площадь поперечного сечения стержня; L — длина стержня; E — модуль упругости.

Вышеприведенное уравнение может быть записано в виде

$$U_x = F / (AE / L) = F / K,$$

где $K = AE / L$ предполагает, что стержневой элемент является аналогичным осевой пружине жесткостью $k = AE / L$.

Моделирование стержневыми элементами рам, подобных представленным на рис. 17, не приведет к правильному решению, поскольку в них не поддерживается передача приложенной горизонтальной нагрузки на опоры. В этих случаях используют балочные элементы.

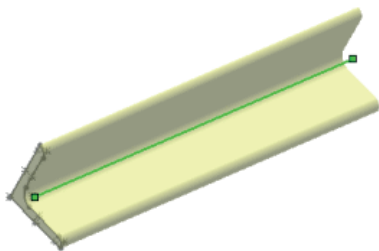


Рис. 20. Выбор точки пронзания в центре профиля

Соединения в стержнях совпадают с точкой пронзания профиля сварных деталей. Рекомендуется располагать точку пронзания в центре тяжести профиля сварных деталей (рис. 20). Когда точка пронзания находится в центре тяжести, осевые нагрузки создают только осевые напряжения.

Нагрузки и ограничения (крепления)

При создании исследования программа создает папки **Крепления** и **Внешние нагрузки** в дереве исследования Simulation. Программное обеспечение добавляет элементы в папку **Крепления** или **Внешние нагрузки** для каждого ограничения или нагрузки, определенной к одному или нескольким объектам

Нагрузки и крепления необходимы для определения условий эксплуатации модели. От заданных нагрузок и креплений непосредственно зависят результаты анализов.

Для обновления нагрузок и креплений после любого изменения формы необходимо повторное создание сетки модели.

Доступные типы нагрузок и креплений зависят от типа исследования.

Типы креплений

В SolidWorks Simulation используются следующие типы креплений:

1. **Зафиксирован:**

- для твердых тел этот тип ограничения устанавливает все поступательные степени свободы на нуль;
- для оболочек и балок устанавливаются поступательные степени свободы и вращения на нуль;
- для стержневых соединений устанавливаются поступательные степени свободы на нуль. При использовании настоящего типа ограничения нет необходимости в справочной геометрии.

2. **Неподвижное (без изменения):**

- устанавливает все поступательные степени свободы на нуль — одинаково для твердых тел, оболочек, балок и стержней. Справочная геометрия не используется.

Для твердых тел не применим параметр **Неподвижный** (без изменения). Ограничение **Зафиксированная геометрия** равносильно неподвижным ограничениям для твердых тел.

3. **Ролик/Ползун.**

Ограничение **Ролик/Ползун** используется, чтобы установить то, что плоская грань может свободно перемещаться в своей плоско-

сти, но НЕ МОЖЕТ перемещаться в направлении, перпендикулярном ее плоскости. Грань может сжиматься или расширяться под нагрузкой.

4. Шарнир.

Ограничение **Шарнир** используется, чтобы задать, что цилиндрическая грань может ТОЛЬКО вращаться вокруг своей собственной оси. Радиус и длина цилиндрической грани постоянно остаются под нагрузкой. Это условие аналогично выбору ограничения **На цилиндрической грани** и установке **радиальных и осевых** составляющих на нуль.

Нагрузки

Для статического анализа и исследований потери устойчивости задание нагрузок является обязательным. Нагрузки не являются обязательными для частотного исследования.

В SolidWorks Simulation можно задавать следующие типы нагрузок.

1. Давление.

Давление можно задать в исследованиях конструкций для статических, частотных, потери устойчивости, нелинейных и динамических исследований; величина равнодействующей силы, вызываемой давлением, равна значению давления, умноженному на площадь поверхности:

- равномерное давление прикладывается в указанном направлении с равномерным распределением на все выбранные грани. Давление может быть приложено перпендикулярно выбранным граням или в другом направлении. Например, гидростатическое давление перпендикулярно граням, в то время как снег на крыше с уклоном создает вертикальное давление, а ветер, дующий по горизонтали, создает горизонтальное давление;
- неравномерное давление задается коэффициентом и распределением давления. Распределение давления представляется коэффициентами второго порядка полинома в справочной системе координат. Система координат должна быть так ориентирована, чтобы распределение на целевой грани изменялось только относительно координат x и y .

При задании давления в SolidWorks Simulation следует выбрать **Тип давления** из списка:

- **Перпендикулярно выбранной грани** — давление прикладывается в направлении, перпендикулярном каждой выбранной грани или кромке оболочки;
- **Использовать справочную геометрию** — давление прикладывается в направлении, заданном выбранным справочным объектом. В сборке можно использовать справочную геометрию из сборки или ее компонентов (деталей или узлов сборки):
 - **Грани, Кромки для давления** — выбираются грани твердотельных моделей или кромки и грани моделей оболочек, чтобы приложить давление;
 - **Грань, Кромка, Плоскость, Оси для направления** — выбирается справочный объект для задания направления давления. Этот параметр появится только в том случае, если выбрать **Использовать справочную геометрию**.

В линейных и нелинейных динамических исследованиях можно определить зависимость давления от времени:

- **Линейная** — для использования линейной кривой времени по умолчанию, проходящей через точки $(0,0)$ и $(t_{\text{конечн}}, P_{\text{знач}})$, где $P_{\text{знач}}$ является давлением, заданным в поле **Значение давления**, а $t_{\text{конечн}}$ — время окончания, заданное на вкладке **Решение диалогового окна Нелинейное**;
- **Кривая** — используется определенная пользователем кривая времени. Для назначения или импортирования кривой времени следует выбрать пункт **Редактировать**. Значение давления в любой момент времени подсчитано умножением заданного значения давления на соответствующее значение Y кривой времени;
- **График** — отображает фактическое, зависящее от времени давление.

Единицы измерения давления в SolidWorks Simulation:

- в системе СИ — Н/м² или Н/мм² (МПа);
- в английской (IPS) — фунт/дюйм² (psi);
- в метрической (G) — килограмм-сила/см².

2. Сила/вращающий момент.

В исследованиях конструкций силы, моменты или крутящие моменты с равномерным распределением могут быть приложены к граням,

кромкам, справочным точкам, вершинам и балкам в любом направлении. В случае приложения силы по нормали к полностью цилиндрической грани сумма вектора приложенной силы равна нулю.

Пользователь имеет возможность прикладывать неравномерные силы только к граням, кромкам оболочек и балкам. Неравномерная сила указывается значениями силы и распределения силы. Значение силы устанавливается равным сумме абсолютных значений сил, приложенных к каждой грани. Распределение силы задается уравнением второго порядка, описывающим изменение силы в выбранной системе координат, которое предлагается ввести пользователю. При этом можно воспользоваться раскрывающимся списком базовых математических функций.

В линейных и нелинейных динамических исследованиях можно определить зависящую от времени силу:

- **Линейная** — для использования линейной кривой времени по умолчанию, проходящей через точки $(0,0)$ и $(t_{\text{конечн}}, P_{\text{знач}})$, где $P_{\text{знач}}$ — давление, заданное в поле **Значение давления**, а $t_{\text{конечн}}$ — Время окончания, заданное на вкладке **Решение диалогового окна Нелинейное**.
- **Кривая** — используется определенная пользователем кривая времени. Значение давления в любой момент времени подсчитано умножением заданного значения давления на соответствующее значение Y кривой времени;
- **График** — отображает фактическое, зависящее от времени давление.

Назначение нагрузок и ограничений модели при наличии симметрии

Использование преимущества симметрии модели может помочь уменьшить объем задачи и получить более точные результаты.

Симметрия требует, чтобы форма, ограничения, нагрузки и свойства материала **были симметричны**.

Использование симметрии не рекомендуется для частотных исследований и исследований потери устойчивости.

В твердотельных моделях каждую грань, которая совпадает с плоскостью симметрии, следует ограничивать от движения в направлении по нормали.

На рис. 21–24 приведены примеры использования симметрии модели при задании ограничений. Модель, представленная на рис. 21, симметрична относительно одной плоскости. В этом случае можно подвергнуть анализу половину модели.

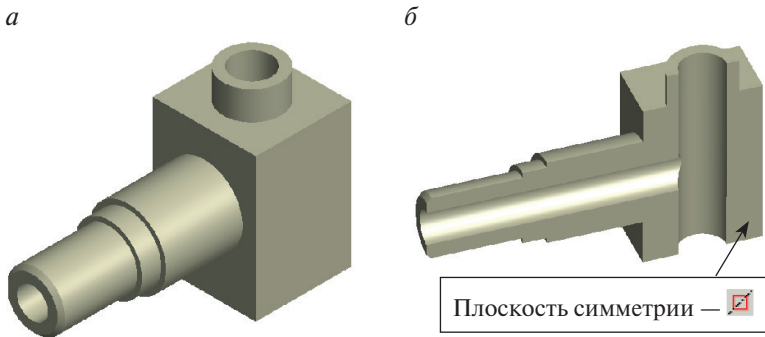


Рис. 21. Пример модели с одной плоскостью симметрии:

a — исходная модель; *б* — половина модели

Модель на рис. 22 симметрична относительно двух плоскостей. Можно подвергнуть анализу четверть модели.

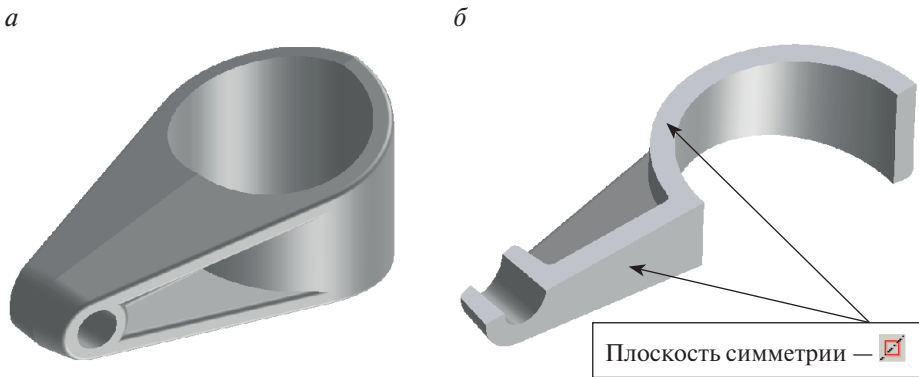


Рис. 22. Пример модели с двумя плоскостями симметрии:

a — исходная модель; *б* — четверть модели

На рис. 23 представлена осесимметричная модель.

Чтобы подвергнуть анализу модель, можно использовать клин. Хотя угол клина теоретически произволен, использование очень малого угла может произвести к некачественному элементу на вершинах.

На рис. 24 приведены примеры симметрии модели с круговыми массивами вокруг оси (**циклическая симметрия**). Использование та-

кой симметрии в исследованиях применимо только для твердотельной модели и в статическом исследовании. Она позволяет подвергать анализу модель посредством моделирования одного сегмента. Сегмент может быть деталью или сборкой. Форма, ограничения и условия нагрузки должны быть аналогичны для всех остальных сегментов, формирующих модель.

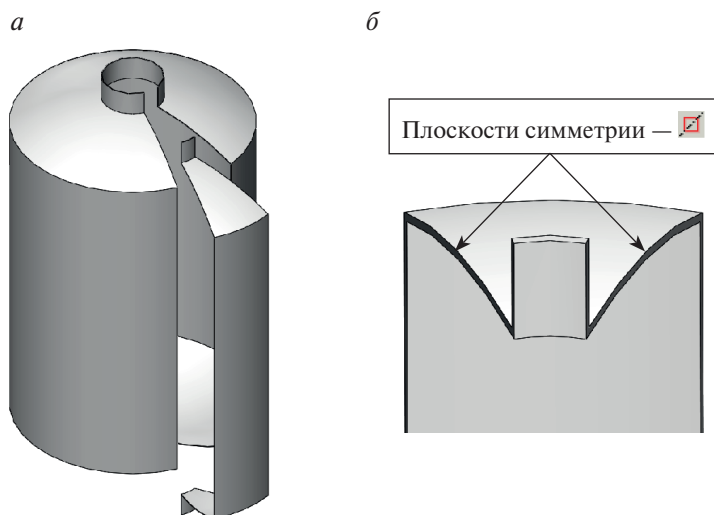


Рис. 23. Пример осесимметричной модели:

а — исходная модель с выделенным для исследования клином;
б — плоскости симметрии клина

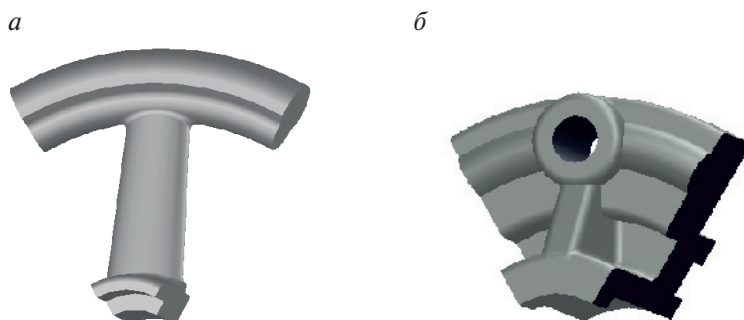


Рис. 24. Примеры использования сегмента симметричной модели при исследовании:

а — маховика; *б* — крышки

Свойства материала, нагрузки и ограничения, применяемые к стержневым конструкциям

При задании свойств материала стержневых конструкций всегда требуется модуль упругости. Плотность требуется только в том случае, если рассматриваются гравитационные нагрузки.

К стержневым соединениям можно применить только *поступательные ограничения*. Имеются 3 поступательные степени свободы в каждом узле (соединении). Можно применить нулевые или ненулевые заданные перемещения.

К *стержневым конструкциям* можно приложить сосредоточенные силы на соединения и справочные точки. Также можно приложить силу тяжести. Программа вычисляет гравитационные силы на основе заданных ускорения и плотности. Необходимо обратить внимание, что рассматриваются только *осевые силы*, образующиеся в каждом элементе. Любая сила, приложенная перпендикулярно стержню, игнорируется.

Свойства материала, нагрузки и ограничения балочных конструкций

Для расчета балочных конструкций всегда требуются модуль упругости и коэффициент Пуассона. Плотность требуется только в том случае, если рассматриваются гравитационные нагрузки.

Ограничения в балочных конструкциях можно применять только в соединениях. В каждом соединении имеются 6 степеней свободы. Можно применить нулевые или ненулевые заданные перемещения и вращения.

К балкам можно приложить следующие виды *нагрузок*:

- сосредоточенные силы и моменты на соединения и справочные точки;
- распределенные нагрузки вдоль всей длины балки;
- гравитационные нагрузки. Программа вычисляет гравитационные силы на основе заданных ускорения и плотности;
- равномерное или выбранное возбуждение основания для динамических исследований;
- начальные условия для динамических исследований — начальное перемещение, скорость или ускорение (при времени $t = 0$) к соединениям или сегментам балки.

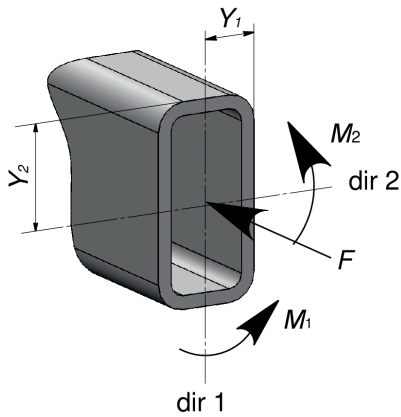


Рис. 25. Сечение балки, подвергнутой воздействию осевого усилия F и двух моментов M_1 и M_2

Для определения элемента конструкции как балка можно в дереве исследования Simulation щелкнуть по нему правой кнопкой мыши и выбрать: **Рассматривать как балку**.

Результаты для каждого элемента представлены в его локальных направлениях: равномерные осевые, крутящие, изгибающие напряжения в 2 ортогональных направлениях: dir 1 и dir 2 и наибольшие напряжения в крайних волокнах, вызываемые комбинацией осевых и изгиб изгибающих напряжений (рис. 25).

Решающие программы SolidWorks Simulation

В анализе конечных элементов задача представлена набором алгебраических уравнений, которые должны быть решены совместно.

Существует два класса методов решения: **прямой** и **итеративный**.

Прямые методы решают уравнения, используя точные числовые методы.

Итерационные методы решения уравнений используют способы аппроксимации, где в каждой итерации предполагается решение, а связанные с ним погрешности подсчитаны. Повторы продолжаются до тех пор, пока погрешности не становятся приемлемы.

В SolidWorks Simulation используются 2 решающие программы:

- **Direct Sparse** — это программа реализует прямой метод решения системы линейных уравнений, представляемых в виде разреженных матриц;
- **FFEPlus** — решающая программа использует итерационный метод с усовершенствованным переупорядочением матрицы, что делает ее более эффективной для больших задач.

По умолчанию программное обеспечение выбирает решающую программу на основе типа исследования, параметров анализа, условий контакта и т. п. Некоторые параметры и условия применимы только для Direct Sparse или для FFEPlus.

Выбор решающей программы

Автоматический выбор решающей программы — параметр по умолчанию для *статических, частотных, потери устойчивости и термических* исследований.

Обе решающие программы являются достаточно эффективными для небольших моделей (25000 степеней свободы или менее), однако при решении больших задач могут быть значительные различия в скорости выполнения, кроме того, Direct Sparse требуется примерно в 10 раз больше памяти, чем решающей программе FFEPlus.

Если решающая программа требует дополнительную память большую, чем доступно на компьютере, то решающая программа использует дисковое пространство для хранения и извлечения временных данных. При этом появляется сообщение, информирующее, что решение выходит из ОЗУ и процесс решения замедляется. Если количество данных, которое должно быть записано на диск, очень большое, то процесс решения будет крайне медленным.

Рекомендации к выбору решающей программы

Размер задачи. Решающая программа FFEPlus быстрее в решении задач со степенями свободы более 100000. Эффективность программы возрастает с ростом объема задачи.

Свойства материала и конструкции. Если модули упругости материалов, используемых в модели, очень различаются (как сталь и нейлон), а также в случае моделей с непроникающим контактом итеративные решающие программы являются менее точными, чем прямые методы. В таких случаях рекомендуется прямая решающая программа.

Компьютерные ресурсы. Решающей программе Direct Sparse для эффективной работы требуется компьютер, оснащенный несколькими процессорами и достаточными ресурсами оперативной памяти.

Статус решающей программы

Окно Статус решающей программы появляется при запуске исследования. Кроме данных о состоянии, оно отображает:

- использование памяти;
- счетчик времени;
- данные об исследовании (степени свободы, число узлов, число элементов);
- данные о решающей программе, например тип решающей программы;
- предупреждения.

Все исследования, использующие решающую программу FFEPlus, дают возможность доступа к графику сходимости и параметрам решающей программы. График сходимости помогает визуализировать процесс сходимости решения. Параметры решающей программы позволяют манипулировать итерациями решающей программы для улучшения точности или скорости получения менее точных результатов. Можно использовать существующие значения решающей программы или изменить:

- максимальное допустимое число итераций (P1);
- порог остановки (P2).

Для того чтобы улучшить точность, следует уменьшить значение порога остановки. В ситуациях с медленной сходимостью можно улучшить скорость с менее точными результатами путем увеличения значения порога остановки или уменьшения максимального числа итераций.

Вопросы для самопроверки

Дополните предложения, выбрав правильные ответы из предложенных.

1. Балочный элемент в SolidWorks Simulation определяется:
 1. Двумя конечными узлами.
 2. Поперечным сечением.
 3. Двумя конечными узлами и поперечным сечением.
2. Стержневой элемент в SolidWorks Simulation определяется:
 1. Двумя конечными узлами.
 2. Поперечным сечением.
 3. Двумя конечными узлами и поперечным сечением.

3. Балки в SolidWorks Simulation могут сопротивляться:
 1. Только изгибу.
 2. Только поперечным силам.
 3. Только скручивающим нагрузкам.
 4. Изгибу, поперечным силам, скручивающим нагрузкам.
4. Стержни в SolidWorks Simulation могут сопротивляться:
 1. Только изгибу.
 2. Только продольным силам.
 3. Только поперечным силам.
 4. Изгибу, поперечным силам, скручивающим нагрузкам.
5. Крепление зафиксировано в SolidWorks Simulation:
 1. Устанавливает поступательные и вращательные степени свободы на нуль.
 2. Устанавливает только поступательные степени свободы на нуль.
 3. Устанавливает только вращательные степени свободы на нуль.
6. Решающая программа использует итерационный метод с усовершенствованным переупорядочением матрицы:
 1. **Direct Sparse.**
 2. **FFEPlus.**
7. Решающая программа реализует прямой метод решения системы линейных уравнений, представляемых в виде разреженных матриц:
 1. **Direct Sparse.**
 2. **FFEPlus.**

Линейный статический анализ

Линейный статический анализ предназначен для вычисления перемещений, силы реакции, напряжений, запаса прочности при воздействии приложенных нагрузок. При этом принимаются следующие допущения:

- нагрузки прилагаются медленно и постепенно до достижения полных величин, после чего нагрузки остаются постоянными. Такое допущение позволяет пренебречь внутренними и демпфирующими силами ввиду пренебрежимо малых ускорений и скоростей. Например, в конструкциях, вращающихся с постоянной скоростью или перемещающихся при постоянных ускорениях, генерируемые нагрузки не меняются во времени. При наличии динамических нагрузок, меняющихся во времени и включающих в себя существенные внутренние и демпфирующие силы, пренебречь которыми нельзя, следует выполнять

динамический анализ;

- отношения между нагрузками и вызванными реакциями предполагаются линейными (рис. 26). Если, например, увеличить вдвое величину нагрузок, реакция модели (перемещения, нагрузки и напряжения) также увеличится вдвое.

Допущение линейности можно принимать, если:

- все материалы в модели подчиняются закону Гука, в соответствии с которым напряжение прямо пропорционально деформации (рис. 27);

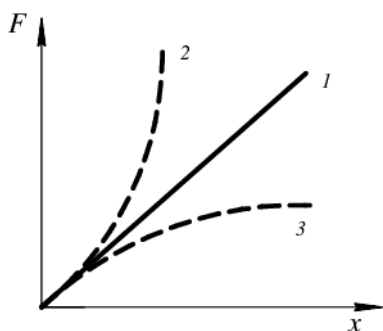


Рис. 26. Зависимость между нагрузками и перемещениями:

1 — при линейном анализе; 2, 3 — при нелинейном анализе

- вызванные перемещения достаточно малы, чтобы можно было пренебречь изменениями в жесткости, вызванными нагружением;
- граничные условия не изменяются во время приложения нагрузок. Нагрузки должны быть постоянными по величине, направлению и распределению. Они не должны изменяться во время деформирования модели.

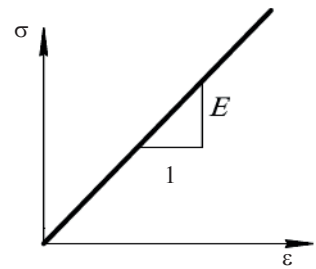


Рис. 27. Графическая интерпретация закона Гука

В основе любого расчета на прочность лежит расчетная схема, включающая в себя геометрию конструкции и действующие на нее нагрузки (механические и температурные).

В дальнейшем, в зависимости от конечных целей расчета, задавая те или иные свойства материала, определяются напряжения и деформации в элементах конструкции.

Затем на основе анализа поля напряжений устанавливается наиболее опасное сечение, при этом используются те или иные гипотезы прочности в зависимости от свойств материала и условий работы конструкции.

Естественно, что при создании расчетной схемы сложной конструкции прибегают к некоторому упрощению ее формы, при этом достоверность результатов расчета напрямую зависит от принятого упрощения.

Коэффициент запаса прочности

В SolidWorks Simulation вычисление коэффициента запаса прочности базируется на одном из четырех критериев прочности:

1. Критерий Мизеса

Критерий максимального напряжения по Мизесу основывается на теории Мизеса — Хенки, известной также как теория максимальной энергии формоизменения.

Эквивалентное напряжение по Мизесу в некоторой точке тела выражается как

$$\sigma_{\text{von Mises}} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]},$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения.

При этом эквивалентное напряжение не зависит от ориентации площадки, на которой оно действует, то есть является инвариантным.

Теория утверждает, что пластичный материал начинает повреждаться в местах, где напряжение по Мизесу становится равным предельному напряжению. В качестве предельного напряжения в большинстве случаев используется предел текучести.

Таким образом, критерий Мизеса применим для материалов, имеющих вязкий характер разрушения. К ним относятся большинство металлов и некоторые пластмассы. Так как предел текучести — свойство, зависящее от температуры, то необходимо учитывать температуру компонента.

Коэффициент запаса прочности в данном случае подсчитывается как

$$K = \sigma_{\text{предел}} / \sigma_{\text{vonMises}},$$

где K — коэффициент запаса прочности; $\sigma_{\text{предел}}$ — величина прочности (предел текучести, предел прочности и др.).

2. Критерий максимальных касательных напряжений (критерий текучести Треска).

Критерий используется для пластичных материалов. Он базируется на теории максимального напряжения сдвига, которая прогнозирует пластические деформации материала в случаях, когда максимальное напряжение сдвига достигнет половины предела текучести при простом испытании на растяжение:

$$\tau_{\max} = \sigma_T / 2,$$

где τ_{\max} (наибольшая из τ_{12} , τ_{23} и τ_{13}) — максимальное касательное напряжение;

$$\tau_{12} = (\sigma_1 - \sigma_2) / 2; \tau_{23} = (\sigma_2 - \sigma_3) / 2; \tau_{13} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2;$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения; σ_T — предел текучести материала.

Коэффициент запаса прочности в данном случае:

$$K = \sigma_T / (2\tau_{\max}).$$

Сравнение критерия напряжения по Мизесу и критерия Треска:

- **при чистом растяжении/сжатии** оценки прочности по Мизесу и Треска совпадают;
- **при чистом сдвиге (срезе)** критерий Треска дает более низкие значения (\sim на 15 %), чем напряжение по Мизесу:
 - напряжение по Мизесу прогнозирует разрушения при $0,577\sigma_T$,
 - критерий Треска — при $0,5\sigma_T$;
- **при кручении критерий по Мизесу** дает более точные результаты, чем критерий Треска.

3. Критерий напряжения Мора — Кулона (критерий внутреннего трения).

Критерий используется для хрупких материалов с различными свойствами растяжения и сжатия (рис. 28).

Хрупкие материалы на кривой деформирования не имеют определенной точки текучести и, следовательно, для этого критерия не рекомендуется использовать предел текучести для определения предельного напряжения.

Коэффициент запаса зависит от первого и третьего главных напряжений σ_1 и σ_3 :

при $\sigma_1 > 0$ и $\sigma_3 < 0$:

$$K = (\sigma_1 / \sigma_{\text{Предел Растяжения}} + \sigma_3 / \sigma_{\text{Предел Сжатия}})^{-1};$$

при $\sigma_1 > 0$ и $\sigma_3 > 0$:

$$K = \sigma_{\text{Предел Растяжения}} / \sigma_1;$$

при $\sigma_1 < 0$ и $\sigma_3 < 0$:

$$K = \sigma_{\text{Предел Сжатия}} / \sigma_1.$$

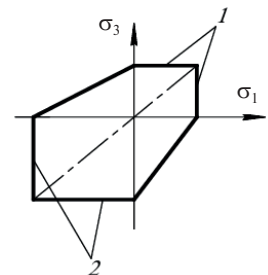


Рис. 28. Критерий Мора — Кулона для плоского напряженного состояния хрупких материалов:
1 — прочность при растяжении; 2 — прочность при сжатии

4. Критерий максимального нормального напряжения.

Критерий базируется на теории максимального нормального напряжения и используется для хрупких материалов, разрушение которых связано с появлением трещин. Предполагается, что хрупкое разрушение материала наступает, когда максимальные нормальные напряжения достигают предела прочности материала при простом растяжении; другие напряжения при этом не играют роли.

Также предполагается, что предел прочности материала при растяжении и сжатии одинаковый. Однако такое предположение во многих

случаях может привести к ошибочному решению. Например, влияние трещин на прочность при растяжении значительно выше, чем при сжатии, так как в последнем случае они имеют тенденцию закрываться.

Опытные данные свидетельствуют о том, что теория максимальных нормальных напряжений применима только для таких очень хрупких материалов, как камень, кирпич, керамика, стекло, гипс, фарфор, инструментальная сталь и другие.

Согласно этой теории преимущественное влияние на прочность оказывает величина наибольшего нормального напряжения σ_1 .

Поскольку хрупкие материалы не имеют определенной точки текучести, не рекомендуется использовать предел текучести в качестве предельного напряжения.

Условие появления повреждений следующее:

$$\sigma_1 \geq \sigma_{\text{предел}},$$

где σ_1 — максимальное главное напряжение.

Коэффициент запаса прочности определяется выражением

$$K = \sigma_{\text{предел}} / \sigma_1.$$

Статические исследования позволяют избежать разрушения, вызванного высоким напряжением. Коэффициент запаса прочности меньше единицы означает разрушение материала. Большой коэффициент запаса прочности в смежной области свидетельствует о низком напряжении и о том, что, очевидно, можно убрать некоторое количество материала из этой области.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Дополните предложения, выбрав правильные ответы из предложенных.

- 1.1. Статическое исследование в SolidWorks Simulation позволяет определить:
 - а) коэффициент трения;
 - б) коэффициент скольжения;
 - в) коэффициент запаса прочности;
 - г) коэффициент усталостного разрушения.

- 1.2. При определении в SolidWorks Simulation запаса прочности детали из стали следует использовать:
 - а) критерий максимального напряжения по Мизесу;
 - б) критерий напряжения Мора — Кулона;
 - в) критерий максимальных нормальных напряжений.
- 1.3. При определении в SolidWorks Simulation запаса прочности детали из чугуна следует использовать:
 - а) критерий максимального напряжения по Мизесу;
 - б) критерий напряжения Мора — Кулона;
 - в) критерий максимальных касательных напряжений Треска.
- 1.4. Статическое исследование в SolidWorks Simulation не позволяет определить:
 - а) коэффициент трения конструкции;
 - б) перемещения в конструкции;
 - в) коэффициент запаса прочности конструкции;
 - г) реакции при воздействии приложенных нагрузок.

2. Выполнить статическое исследование кронштейна (рис. 29) с креплением **Ролик/ползун** по задней плоскости и **Зафиксированный шарнир** — по 4 отверстиям $\varnothing 9$. Вертикальная нагрузка 500 н приложена к каждому отверстию $\varnothing 45$. Материал кронштейна — алюминиевый сплав АК8 (аналоги в библиотеке Simulation — 2014 и 3.1655). Построить эпюры напряжений, деформаций, перемещений, распределения запаса прочности. Определить минимальный коэффициент запаса прочности. Определить области с коэффициентом запаса прочности меньше 1,7. Выполнить проверку влияния плотности сетки на результаты исследований. Создать отчет средствами Solid Works Simulation.

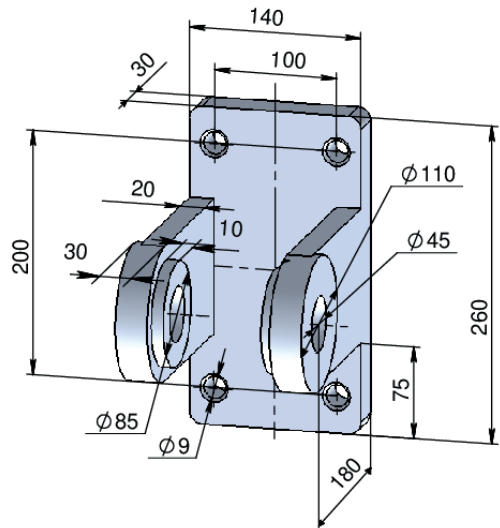


Рис. 29. Задание к самостоятельной работе. Исследование кронштейна

Частотные исследования

Тело, выведенное из состояния покоя, начинает колебаться на определенных частотах.

Частота колебания — число колебаний, совершаемых за единицу времени, например за 1 с. Единица частоты в СИ названа герцем (Гц).

Виды колебаний

1. Свободные (или собственные) колебания.

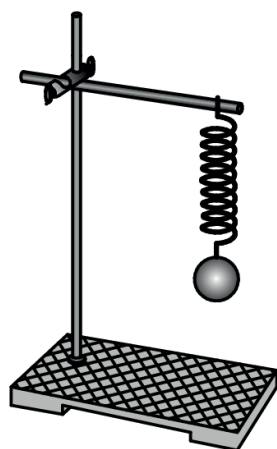


Рис. 30. Пример свободных колебаний

Это колебания объекта, совершаемые в результате первоначального воздействия, выведшего его из состояния равновесия после устранения этого воздействия. В реальных условиях свободные колебания всегда затухающие вследствие наличия трения в любой колебательной системе (рис. 30).

2. Гармонические колебания.

Это колебания, совершаемые по закону синуса или косинуса (рис. 31, а, б). *A* — *амплитуда колебаний* (наибольшее отклонение от положения устойчивого равновесия). *T* — *период* (время, в течение которого тело совершает одно колебание).

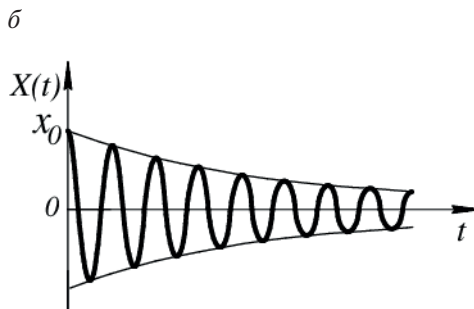
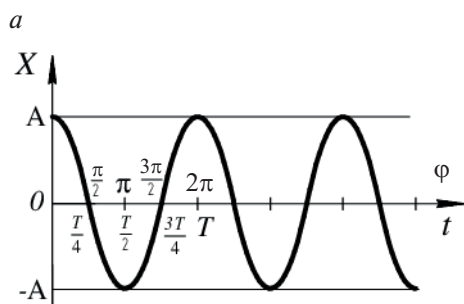


Рис. 31. Гармонические колебания:

а — незатухающие; б — затухающие

Любое периодическое колебание может быть представлено как сумма гармонических колебаний путем разложения соответствующей функции в **ряд Фурье** (рис. 32).

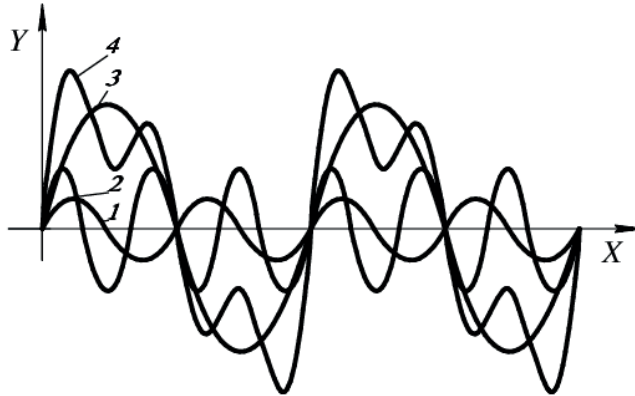


Рис. 32. Разложение в ряд Фурье периодического колебания

Среди слагаемых этой суммы существует гармоническое колебание с наименьшей частотой, которая называется *основной частотой*, а само это колебание — *первой гармоникой* или *основным тоном*.

Частоты остальных слагаемых гармонических колебаний кратны основной частоте, и эти колебания называются *высшими гармониками* или *обертонами* — первым, вторым и т. д.

3. Автоколебания.

Это колебания, при которых объект имеет запас **потенциальной энергии**, расходуемой на совершение колебаний (рис. 33).

Характерным отличием автоколебаний от вынужденных колебаний является то, что их амплитуда определяется свойствами самого объекта, а не начальными условиями.

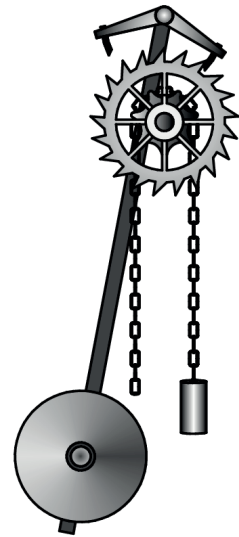


Рис. 33. Пример автоколебаний

4. Вынужденные колебания.

Это колебания объекта под влиянием внешней вынуждающей силы (рис. 34).

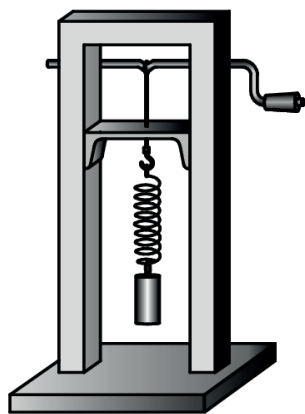


Рис. 34. Пример вынужденных колебаний

Если частота вынуждающей силы равна собственной частоте колебаний объекта, то возникает явление резонанса, при котором амплитуда колебаний объекта резко возрастает.

5. Случайные колебания.

Это колебания, при которых внешняя нагрузка является случайной.

Добротность колебательной системы

Резонанс, если рассматривать его с позиций физического определения, непременно должен приводить к разрушению объекта.

Однако на практике резонанс не во всех случаях приводит к разрушению объекта. Для оценки влияния резонанса на систему существует понятие добротности колебательной системы.

Добротность колебательной системы — характеристика резонансных свойств системы, показывающая, во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний при резонансе превышает амплитуду при его отсутствии.

Добротность обратно пропорциональна скорости затухания собственных колебаний в системе. Чем выше добротность колебательной системы, тем меньше потери энергии за каждый период и тем медленнее затухают колебания. При добротности $\leq 0,5$ колебательное движение превращается в аperiodическое, т. е. выведенная из равновесия система возвращается в состояние равновесия, не совершая колебаний.

В зависимости от ее значения резонанс может приводить к различным эффектам:

- при низкой добротности наблюдается постепенное повышение амплитуды собственных колебаний до того уровня, когда сопротивление материалов или соединений не приводит к стабильному состоянию;
- высокая добротность (близкая к 1) — самая опасная среда, в которой резонанс зачастую приводит к необратимым последствиям: механическое разрушение объектов, выделение большого количества тепла на уровнях, которые могут привести к возгоранию и др.

Задача расчета собственных частот

Решение задачи расчета собственных частот деталей и сборок реализовано в частотном исследовании SolidWorks Simulation.

Знание собственных частот конструкции позволяет избегать резонанса в рабочем диапазоне и определять, к какому типу нагрузки (динамической или статической) отнести действующие на конструкцию силы.

Если конструкцию вывести из состояния покоя, то она начнет совершать колебания. Время совершения одного колебания называется периодом, а обратная ему величина — **частотой собственных колебаний**. Период зависит от геометрии конструкции, материала и нагрузок. Минимально возможная для данной конструкции частота колебаний называется **первой частотой собственных колебаний**.

Вид деформированной конструкции для собственной частоты колебаний называется нормальной формой колебаний. Каждая форма колебаний соответствует определенной собственной частоте.

Явление резонанса заключается в том, что при воздействии на конструкцию динамических нагрузок с определенной частотой может произойти значительное увеличение амплитуды колебаний вплоть до разрушения конструкции даже при небольших усилиях. Это случится, если частота приложения нагрузки совпадет с собственной частотой колебания конструкции.

Примеры:

- машина с несбалансированными колесами сильно дрожит на определенной скорости из-за резонанса. Тряска уменьшается или исчезает на других скоростях;
- бывает, что от сильного звука, например голоса оперного певца, возникает трещина в стекле;
- качели, амплитуду раскачивания которых можно значительно увеличить, прикладывая небольшие усилия в точно определенные моменты времени.

Самая низкая собственная частота называется **основной частотой**.

При каждой собственной частоте тело принимает определенную форму, которая называется формой (модой) колебаний.

В частотном анализе SolidWorks Simulation рассчитываются собственные частоты и ассоциированные формы колебаний.

Теоретически у тела существует неопределенное количество форм (мод). При конечно-элементном анализе теоретически существует

столько форм (мод), сколько степеней свободы имеет конструкция. В большинстве случаев учитывается только несколько мод.

Важным показателем в частотном исследовании является *массовое участие* и *суммарная эффективная масса*. Массовое участие показывает, какие режимы наиболее опасны и сколько частот необходимо, чтобы точно захватить весь динамический отклик конструкции.

Влияние нагрузок на частотный анализ

Нагрузки влияют на модальные характеристики тела. В общем, сжимающие нагрузки снижают резонансные частоты, а нагрузки растяжения увеличивают.

Некоторые нагрузки, подобные собственному весу конструкции, имеются всегда и могут вызвать значительное влияние на форму конструкции и ее модальные свойства. Во многих случаях этим влиянием можно пренебречь, так как вызванные перемещения являются небольшими.

Для частотного исследования в SW Simulation не обязательно определять какие-либо нагрузки, но если нагрузки задать, то их влияние будет учитываться (при этом надо активизировать решающую программу **Direct sparse** путем установки параметра **Автоматически**).

Уравнение колебаний в линейной механической колебательной системе под воздействием внешней силы $F(t)$ имеет вид

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} + c \frac{du}{dt} + ku = F(t),$$

где u — перемещение в течение времени t ; m — масса; k — коэффициент жесткости системы; c — коэффициент демпфирования; $\frac{d^2 u}{dt^2}$ — вектор ускорения в течение времени t ; $\frac{du}{dt}$ — вектор скорости в течение времени t ; $F(t)$ — заданная сила как функция времени t .

Если считать, что прикладываемая сила $F(t)$ равна нулю, и пренебречь демпфированием (c), то уравнение будет выглядеть так:

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} + ku = 0$$

или

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{k}{m} u = 0, \quad \frac{d^2 u}{dt^2} + \omega^2 u = 0,$$

где $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ — круговая собственная частота колебаний системы.

Из полученной формулы следует, что собственная частота прямо пропорциональна жесткости системы и обратно пропорциональна ее массе. Данная формула получена из предположения, что жесткость конструкции не изменяется при приложении нагрузки.

Моды, получаемые в процессе частотного (или модального) анализа, не показывают реальной амплитуды колебаний, а отображают лишь их форму.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Дополните предложения, выбрав правильные ответы из предложенных.
 - 1.1. Частотный анализ в SolidWorks Simulation позволяет определить:
 - а) частоту вынужденных колебаний;
 - б) частоту собственных колебаний;
 - в) частоту случайных колебаний;
 - г) частоту автоколебаний.
 - 1.2. При выполнении частотного исследования в SolidWorks Simulation не обязательно указывать:
 - а) материал детали;
 - б) крепление детали;
 - в) нагрузку на деталь.
2. Выполнить частотное исследование двутавровой балки (рис. 35) с неподвижным закреплением на правом торце и приложенной вертикальной нагрузкой 15000 н на площадке 40 мм со стороны левого торца. Для создания модели балки использовать библиотеку Toolbox. Материал балки — сталь ст3. Определить 10 наименьших резонансных частот балки и соответствующие им формы колебаний. Вывести список коэффициентов массового участия. Оценить воздействие заданной внешней силы на результаты исследования. Выполнить проверку влияния плотности сетки на результаты исследований. Создать отчет средствами SolidWorks Simulation и включить в него заключение, составленное на основе анализа полученных результатов.

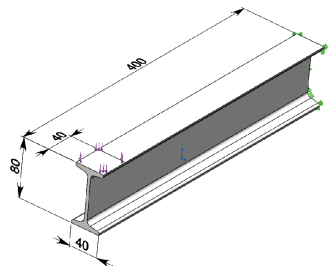


Рис. 35. Задание к самостоятельной работе. Частотное исследование балки

Исследования на ударную нагрузку

Исследования на ударную нагрузку в SolidWorks Simulation предназначены для определения воздействия удара детали или сборки о жесткую или гибкую плоскую поверхность. Типичным примером исследования является падение объекта на пол. При этом учитываются только гравитационные нагрузки, другие нагрузки недопустимы.

В данном исследовании возможны 2 варианта испытаний.

1. При задании **высоты падения (h)**, **ускорения свободного падения (g)** и **ориентации плоскости удара** программа предполагает, что тело перемещается в направлении силы тяжести до тех пор, пока не ударяется о жесткую плоскость. При этом программа вычисляет скорость (v) при ударе:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Затем рассчитываются напряжения, деформации и контактные силы, действующие на тело в момент удара.

2. При задании **направления и скорости при ударе (v)**, **ускорения свободного падения (g)** и **ориентации плоскости удара** программа определяет напряжение, деформации и контактные силы.

В обоих случаях программа решает динамическую задачу в виде зависимости всех сил от времени. Основное уравнение движения:

$$F_I(t) + F_D(t) + F_E(t) = R(t),$$

где $F_I(t)$ — силы инерции; $F_D(t)$ — силы демпфирования; $F_E(t)$ — силы упругости; $R(t)$ — внешние силы, включающие гравитационные силы и силы ударной нагрузки.

В статическом анализе, рассмотренном ранее, из-за малых скоростей не учитываются инерция и силы демпфирования, поэтому уравнение записывалось в следующем виде:

$$F_E(t) = R(t).$$

Анализ результатов

Исследование не отвечает автоматически на вопросы: «Разобьется ли деталь?» или «Распадется ли сборка?»

Для оценки возможности возникновения таких явлений можно использовать результаты.

Например, можно использовать максимальные напряжения для прогнозирования разрушения материала и силы контакта для прогнозирования разделения компонентов.

Материалы, допустимые в исследовании на ударную нагрузку

Можно использовать следующие модели материалов:

- линейный упругий изотропный;
- билинейный пластичный по Мизесу.

В отличие от материалов с линейной упругостью, пластичные по Мизесу материалы могут подвергаться остаточной деформации в результате удара.

В свойствах исследования можно задавать использование постановки задач для малого или большого перемещения.

По умолчанию используется постановка задачи для большого перемещения (нелинейное решение) для всех исследований.

Если все материалы линейно-упругие, то можно задавать малое перемещение.

Если в модели имеются какие-либо пластичные по Мизесу материалы, всегда используется постановка задачи для большого перемещения.

Решение с большим перемещением занимает намного больше времени, но является более точным.

Контакты в исследовании на ударную нагрузку

Программа автоматически определяет условия контакта между телом и плоскостью удара.

Для сборки можно определить условия контакта между поверхностями различных компонентов в сборке: допускаются **Проникновение** и **Связанные** (зазор отсутствует).

Для отдельных деталей, кроме того, можно задать контакт **Нет проникновения**.

Параметры результатов

1. **Время решения после удара** — это реальный период времени, для которого программа вычисляет реакцию, начиная с первого момента удара. Если задается высота падения, время решения не включает период свободного падения тела.

Программа оценивает значение времени решения на основе геометрии модели и свойств материала по умолчанию: время решения основано на времени прохождения упругой волны, вызванной ударом, через модель. Программа оценивает скорость (V_e) упругой волны из соотношения

$$V_e = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E — модуль упругости; ρ — плотность.

Волна начинает распространяться в модели в момент удара — проходит вдоль всей длины модели L за период времени $\sim 2L/V_e$, отражается и возвращается к поверхности возникновения. Силы, противоположные силе тяжести, начнут действовать на модель во время этого периода.

По умолчанию время решения устанавливается $3L/V_e$. Период удара обычно очень мал — несколько микросекунд.

Максимальная реакция может появиться во время удара или после, во время отскока тела. Исследование может оценивать многократные удары и отскоки, если установить соответствующее время решения.

2. **Сохранить результаты** — для первого запуска рекомендуется запуск сохранения результатов с момента удара ($t = 0$).

3. **Количество эпюр**.

4. **Число шагов графика на эпюру**.

Просмотр результатов

Можно просматривать контурные эпюры напряжения, перемещения и нагрузок в мгновения, в которые программа сохранила результаты во всех местоположениях (рис. 36).

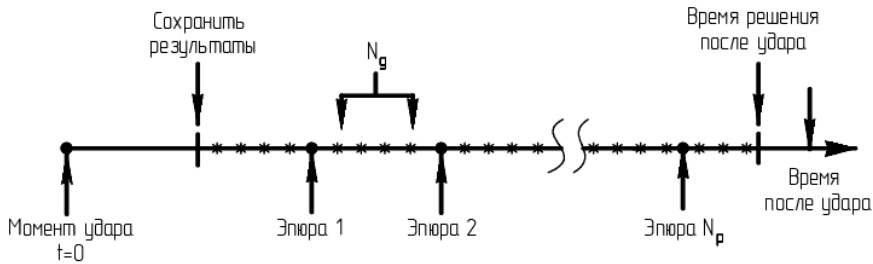


Рис. 36. Просмотр результатов исследования на ударную нагрузку:

N_p — количество эпюр; N_g — число шагов графика на эпюру; • — программа сохраняет результаты во ВСЕХ узлах построенных эпюр; * — программа сохраняет результаты в выбранных вершинах и справочных точках для построения графика

Также можно построить графики реакций в предварительно выбранных местоположениях (вершинах и справочных точках) с заданным разрешением.

Например, если установить время решения 10 микросекунд, количество эпюр для сохранения всех результатов $N_p = 30$, число шагов графика на эпюру $N_g = 10$, то при условии, что количество фактических шагов решения, внутренне определяемых решающей программой, равно или больше 300, можно создать эпюры с интервалами 10/30 микросекунд и каждый график реакций будет иметь $30 \times 10 = 300$ точек.

Вопросы для самопроверки

Дополните предложения, выбрав правильные ответы из предложенных.

Исследования на ударную нагрузку в SolidWorks Simulation оценивают воздействие удара объекта:

- 1) при любой нагрузке на объект;
- 2) при любых скоростях объекта;
- 3) при любых ускорениях объекта.

Термические исследования

Термический анализ предназначен для расчета распределения температуры в телах вследствие теплопередачи от одного тела или окружа-

ющей среды к другому телу или в окружающую среду. Во всех случаях тепловая энергия протекает от среды с большей температурой к среде с меньшей температурой.

Существует три механизма теплопередачи:

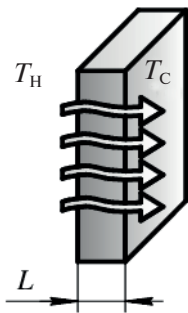
- теплопроводность;
- конвекция;
- излучение.

Теплопроводность

Теплопроводность — это перенос тепла при непосредственном соприкосновении тел с различной температурой, когда перенос энергии осуществляется микрочастицами за счет их «теплового» движения. В чистом виде теплопроводность наблюдается в твердых телах, а в жидкостях и газах — лишь в неподвижных средах. При этом в жидкостях и твердых телах (диэлектриках) перенос энергии осуществляется путем упругих волн, в газах — путем диффузии атомов или молекул, а в металлах — путем диффузии свободных электронов.

Перенос тепла **теплопроводностью** подчиняется закону Фурье, который устанавливает, что количество теплоты, переданное от более нагретого тела к менее нагретому (тепловая мощность) Q_T , пропорционально площади переноса тепла (A) и температурному градиенту (dT/dx) или

$$Q_T = -\lambda A (dT/dx),$$



где λ — коэффициент теплопроводности — измеряет способность материала к проведению тепла. Единицы величины λ — Вт/м·°С или (БТЕ/с)/дюйм · °F; единицы измерения тепловой мощности — Вт.

Величина тепловой мощности при переносе тепла посредством теплопроводности, в соответствии с рис. 37, может быть определена по следующей формуле:

$$Q_{\text{теплопроводности}} = -\lambda A (T_H - T_C) / L.$$

Рис. 37. Перенос тепла теплопроводностью

Температурная зависимость коэффициента теплопроводности

Для большинства материалов **коэффициент теплопроводности** (λ) меняется вместе с температурой. Коэффициент возрастает с ростом температуры в газах при низких давлениях, но может либо возрастать, либо падать в металлах и жидкостях.

На рис. 38 показан диапазон значений теплопроводности различных материалов при нормальных температуре и давлении.

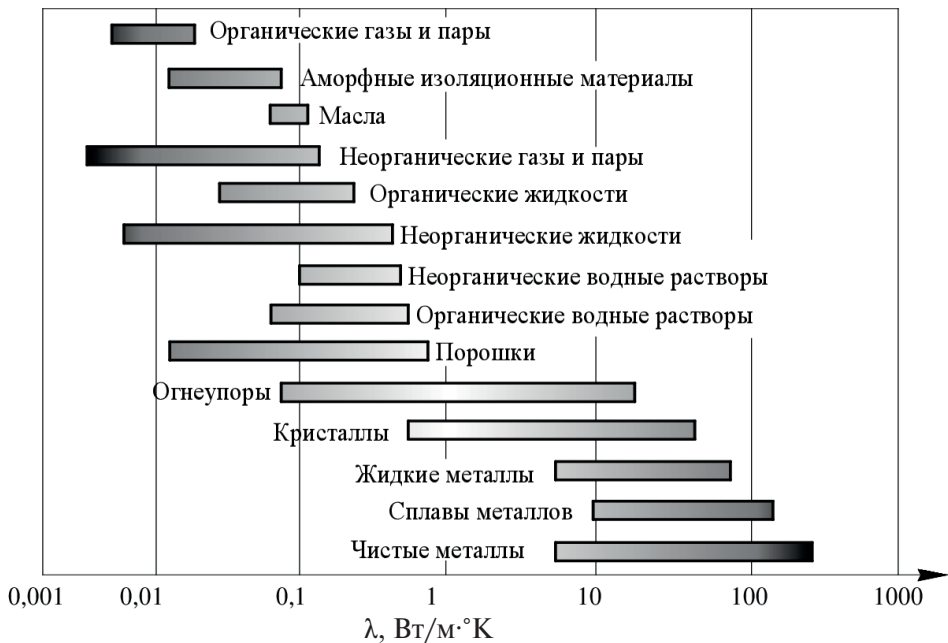


Рис. 38. Диапазон значений коэффициента теплопроводности для различных материалов

В табл. 3 приводятся значения теплопроводности (в Вт/м·°К) в отношении температур (в °К) для некоторых материалов.

Таблица 3

Теплопроводности некоторых материалов, Вт/м · °К

Металл	Температура (°К)							
	103	173	273	373	473	573	673	873
Нержавеющая сталь	—	—	—	15	17	19	21	25
Свинец	40	37	36	34	33	32	17 (жидк.)	20 (жидк.)

Металл	Температура (°K)							
	103	173	273	373	473	573	673	873
Платина	78	73	72	72	72	73	74	77
Цинк	124	122	122	117	110	106	100	60 (жидк.)
Кремний	856	342	168	112	82	66	54	38

Конвекция

Конвекция — это режим, при котором тепло переносится между поверхностью твердого тела и соседствующей движущейся жидкостью или газом (рис. 39). В конвекции имеются два элемента:

- перенос энергии благодаря случайному молекулярному движению (диффузия);
- перенос энергии объемным или макроскопическим движением жидкости (адвекция).

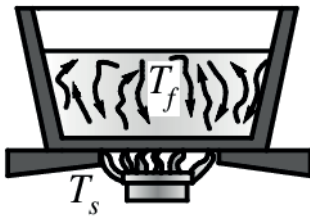


Рис. 39. Перенос тепла конвекцией

Механизм конвекции: по мере того, как слой жидкости, соседствующий с горячей поверхностью, становится теплее, его плотность уменьшается (при постоянном давлении плотность обратно пропорциональна температуре) и он становится всплывающим. Более холодная (более тяжелая) жидкость около поверхности замещается теплой жидкостью и формируется структура циркуляции.

Скорость теплообмена между жидкостью температуры T_f и поверхностью твердого тела площадью A при температуре T_s может быть определена законом охлаждения Ньютона:

$$\frac{dQ_{\text{конвекции}}}{dt} = hA(T_s - T_f),$$

где $Q_{\text{конвекции}}$ — количество теплоты; h — коэффициент конвективной теплопередачи, Вт/м² или БТЕ/с · дюйм² °F.

Коэффициент конвективной теплопередачи (h) зависит от движения жидкости, геометрии и термодинамических и физических свойств.

Соотношение между интенсивностью молекулярного переноса механического импульса и интенсивностью переноса теплоты за счет те-

плопроводности в жидкостях и газах является физической характеристикой среды, зависящей только от ее термодинамического состояния, и определяется числом **Прандтля**.

Число Прандтля представляет собой параметр, характеризующий влияние физических свойств теплоносителя на теплоотдачу:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu / \rho}{k / (\rho c_p)} = \frac{c_p \mu}{\lambda},$$

где $\nu = \mu / \rho$ — кинематическая вязкость; μ — динамическая вязкость; ρ — плотность жидкости; α — коэффициент температуропроводности; λ — коэффициент теплопроводности; c_p — удельная теплоемкость среды при постоянном давлении.

Кинематическая вязкость (ν) жидкости или газа определяется как отношение динамической вязкости к плотности вещества и характеризует градиент скорости течения вязкой среды. Температуропроводность α характеризует скорость диффузии тепла в жидкости. Следовательно, отношение этих двух величин определяет соотношение скорости диффузии и температуропроводности в жидкости или газе. Если число Прандтля (Pr) равно 1, то уравнение переноса теплоты будет аналогично уравнению движения.

Существуют два режима переноса тепла конвекцией.

1. Естественная (свободная) конвекция.

Движение жидкости или газа, прилегающих к поверхности тела, вызывается силами выталкивания, на которые оказывает влияние изменение в плотности жидкости или газа из-за разницы температур между твердым телом и жидкостью или газом (рис. 40).

2. Принудительная конвекция.

Внешнее устройство, например вентилятор или насос, используется для ускорения потока жидкости или газа по поверхности твердого тела. Быстрое движение частичек

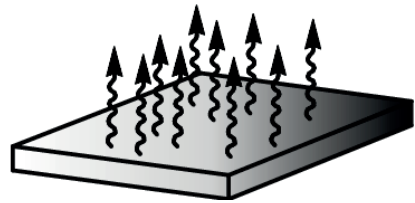


Рис. 40. Свободная конвекция

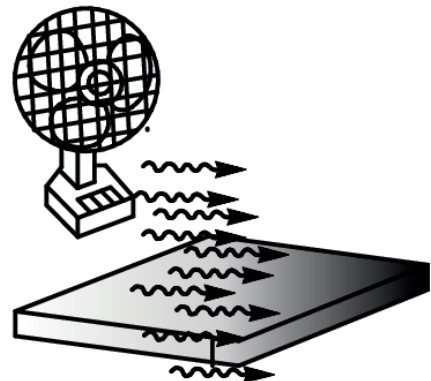


Рис. 41. Принудительная конвекция

жидкости или газа по поверхности твердого тела максимизирует температурный градиент и увеличивает скорость теплообмена (рис. 41).

Механизм теплопередачи через пограничный слой принимается как проводимость по направлению оси y через стационарную жидкость (или газ) рядом со стенкой, равная скорости конвекции от пограничного слоя к самой жидкости или газу. Это можно записать так:

$$hA(T_s - T_f) = -\lambda A(dT/dy)s.$$

Коэффициент конвекции для данного случая может быть определен измерением скорости теплопереноса и разницы температур или измерением температурного градиента, примыкающего к поверхности, и разницы температур.

Измерение температурного градиента поперек пограничного слоя требует высокой точности и обычно проводится в научно-исследовательских лабораториях. Во многих учебниках приводятся табличные данные коэффициентов конвективной теплопередачи для различных конфигураций.

Ниже приведены некоторые типичные значения для коэффициента конвективной теплопередачи h (Вт/м²·К):

Средний	Коэффициент теплопередачи h (Вт/м ² ·К)
Воздух (естественная конвекция)	5–25
Воздух/перегретый пар (принудительная конвекция)	20–300
Масло (принудительная конвекция)	60–1800
Вода (принудительная конвекция)	300–6000
Вода (кипящая)	3000–60,000
Пар (конденсирующийся)	6000–120,000

Излучение

Тепловое излучение представляет собой тепловую энергию, испускаемую телами в форме электромагнитных волн. Все тела с температурой выше абсолютного нуля испускают тепловую энергию. Ввиду способности электромагнитных волн проникать сквозь вакуум, для того чтобы излучение имело место, не требуется наличие среды. На рис. 42 показан диапазон значений длин волн теплового излучения в сравнении с излучением материи другими способами (рентгеновское излучение, γ -излучение, космическое излучение и т. п.).

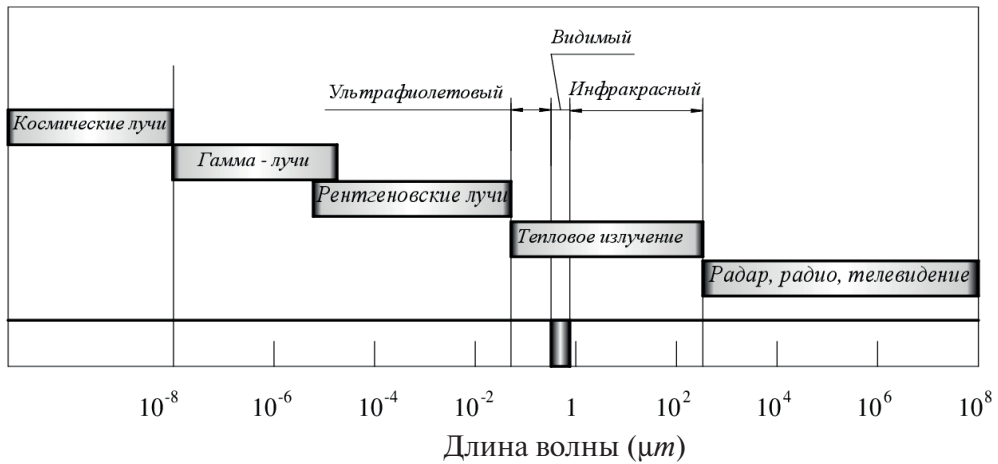


Рис. 42. Диапазон значений длин волн теплового излучения

Тепловая энергия Солнца достигает Земли за счет излучения. Излучение представляет собой самый быстрый механизм переноса тепла, так как электромагнитные волны распространяются со скоростью света.

Основные определения, связанные с излучением:

- **абсолютно черное тело** — идеальный излучатель, который испускает и поглощает максимально возможное количество излучения при любых температурах и длинах волны. Примером абсолютно черного тела служит маленькое отверстие в нагретой полости;
- **излучение** — интенсивность, с которой излучение происходит на поверхности по всем направлениям на единицу площади;
- **интегральная светимость** — интенсивность, с которой излучение покидает поверхность из-за эмиссии и отражения по всем направлениям на единицу площади поверхности;
- **абсорбционная способность (α)** — часть случайного излучения, поглощаемая поверхностью;
- **отражательная способность (ρ)** — часть случайного излучения, отражаемая поверхностью. Отражательная способность абсолютно черного тела равна нулю.
- **пропускаемость (τ)** — часть случайного излучения, передаваемая поверхностью. Программное обеспечение предполагает, что пропускаемость равна нулю. Абсорбционную способность, от-

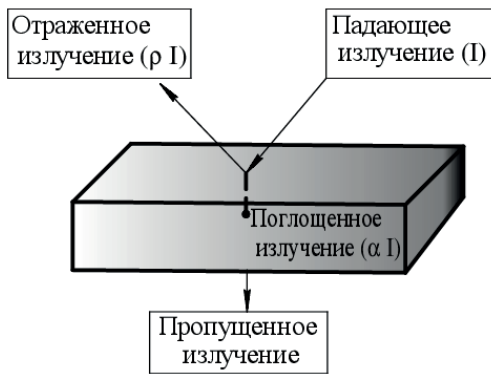


Рис. 43. Связь абсорбционной способности, отражательной способности и пропускания

ражательную способность и пропускание некоторой поверхности связывает следующее отношение (рис. 43):

$$\alpha + \rho + \tau = 1;$$

- **излучательная мощность (E)** — интенсивность испускания излучения поверхностью по всем направлениям на единицу площади поверхности. Размерность величины E такова: Вт/м²;
- **коэффициент излучения** — отношение излучательной мощно-

сти поверхности к излучательной мощности абсолютно черного тела при одной и той же температуре:

$$\varepsilon = E/E_b,$$

где E_b — излучательная мощность черного тела при той же температуре. Коэффициент излучения некоторой поверхности представляет собой функцию от температуры.

Закон Стефана — Больцмана устанавливает, что интегральная способность излучения абсолютно черного тела или E_b определяется соотношением

$$E_b = \sigma T^4,$$

где σ — постоянная Стефана — Больцмана; T — абсолютная температура абсолютно черного тела.

Значение постоянной Стефана — Больцмана составляет $5,67 \times 10^{-8}$ Вт/м²·К⁴ или $3,3063 \times 10^{-15}$ БТЕ/с·дюйм²·F⁴. Спектральная вариация излучения абсолютно черного тела описывается **Распределением Планка**.

Закон Планка дает интенсивность, излучаемую абсолютно черным телом, как функцию длины волны (или частоты):

$$E_b(T, \lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda KT}} - 1},$$

где h — постоянная Планка = $6,6262 \times 10^{-34}$ Дж·сек; c — скорость света в вакууме; λ — длина волны испускаемого излучения; K — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура.

При интегрировании закона распределения Планка по всем длинам волн (λ) выводится закон Стефана — Больцмана.

Если абсолютно черное тело с площадью поверхности A погружается в среду с температурой окружения T_a , то чистая скорость истока тепла, излучаемого абсолютно черным телом, задается отношением

$$Q_{\text{излучение}} = \sigma A (T_s^4 - T_a^4), \quad T_s > T_a,$$

где T_s — абсолютная температура абсолютно черного тела; T_a — абсолютная температура окружающей среды (температура окружения).

Модифицированный закон Стефана — Больцмана для не абсолютно черного тела дается отношением

$$Q_{\text{радиации}} = \varepsilon \sigma A (T_s^4 - T_a^4),$$

где ε является коэффициентом излучения испускающей поверхности, определяемым как отношение излучательной мощности такой поверхности к излучательной мощности абсолютно черного тела при одинаковой температуре. Материалам присваивается значение коэффициента излучения в пределах между 0 и 1,0.

Абсолютно черное тело, следовательно, обладает коэффициентом излучения, равным 1,0, и абсолютный отражатель имеет коэффициент излучения, равный 0.

Коэффициент излучения материала является определенным свойством материала, зависящим от температуры поверхности и качества обработки поверхности. В табл. 4 перечислены значения коэффициента излучения для некоторых материалов.

Таблица 4

Коэффициенты излучения для некоторых материалов

Металл	Температура (°C)	Излучаемость
<i>Алюминий</i>		
Шлифованный	50–500	0,04–0,06
Грубая поверхность	20–50	0,06–0,07
Окисленный	200	0,11
<i>Латунь</i>		
Шлифованный	200	0,03
Катаный лист	20	0,06
Неокисленный	25	0,035
Окисленный	200	0,61
Бронза, шлифованный материал	50	0,1

Окончание табл. 4

Металл	Температура (°C)	Излучаемость
<i>Углерод</i>		
Нить	1000–1400	0,53
Графит	0–3600	0,7–0,8
Неокисленный	100	0,81
<i>Медь</i>		
Алитированный	100	0,26
Промышленный	20	0,07
Шлифованный	50–100	0,02
Неокисленный	100	0,02
Окисленный	50	0,6–0,7
<i>Стекло</i>	20–100	0,94–0,91
<i>Чугун</i>		
С ржавчиной	25	0,65
Окисленный	200	0,64
Неокисленный	100	0,21
<i>Свинец</i>		
Окисленный	200	0,96
Неокисленный	200	0,63
<i>Никель</i>		
Шлифованный	200–400	0,05–0,1
Окисленный	200	0,37
Неокисленный	25	0,045
<i>Платина</i>		
Шлифованный	200–600	0,05–0,1
Неокисленный	25	0,037
<i>Фарфор</i>	20	0,92
<i>Кварц</i>	—	0,92
<i>Резина</i>		
Жесткая	20	0,95
Мягкая	20	0,86
<i>Кремний</i>	—	0,92
<i>Серебро</i>		
Шлифованный	200–600	0,02–0,03
Неокисленный	100	0,02
<i>Сталь</i>		
Грубая поверхность	50	0,95–0,98
Шлифованный	750–1050	0,52–0,56
Окисленный	200–600	0,8
Неокисленный	100	0,08
Сплавной	500	0,35
<i>Цинк</i>		
Окисленный	200–300	0,04–0,05
Неокисленный	300	0,05

Обмен излучением между поверхностями

Уравнение, упомянутое в предыдущем разделе для оценки скорости обмена энергией с помощью излучения между серым телом и окружающей средой, предполагает, что излучающее тело может видеть только большое окружающее абсолютно черное тело (представляющее собой окружающую среду). Следовательно, предполагается, что вся энергия, испускаемая малым излучающим телом, поглощается окружающей средой.

В ситуациях, когда излучающие тела производят частично обмен излучением, следует ввести понятие коэффициент видимости излучения (F).

Коэффициент видимости излучения поверхности i в отношении поверхности j определяется как отношение энергии, испускаемой с поверхности i и непосредственно достигающей поверхности j , к общему количеству энергии, покидающей поверхность i . Имея в виду такое определение, получаем, что чистый обмен излучением между поверхностью площадью A_i и температурой T_i и некоторой поверхностью A_j с температурой T_j задается отношением

$$Q_{\text{излучение}} = \sigma \varepsilon_i A_i F_{ij} (T_i^4 - T_j^4),$$

где F_{ij} — конфигурационный фактор поверхности i относительно поверхности j ; ε_i — коэффициент излучения поверхности i ; σ — постоянная Стефана — Больцмана.

Коэффициенты видимости, известные также как форм-факторы или коэффициенты формы, играют непосредственную роль в переносе тепла за счет излучения. Коэффициент видимости F_{ij} между двумя малыми площадками A_i и A_j определяется как дробная часть излучения, покидающего площадь A_i , которая перехватывается площадью A_j . Другими словами, F_{ij} представляет то, насколько хорошо площадка A_i «видит» площадку A_j . Коэффициент видимости F_{ij} зависит от взаимной ориентации малых площадок A_i и A_j , а также расстояния между ними (рис. 44).

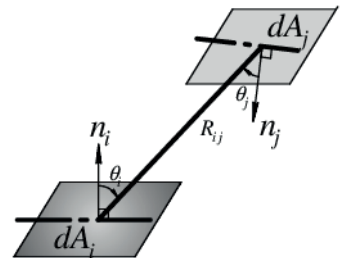


Рис. 44. Определение коэффициента видимости излучения для двух бесконечно малых поверхностей

Для двух бесконечно малых поверхностей dA_i и dA_j коэффициент видимости dF_{ij} задается соотношением

$$dF_{ij} = \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R_{ij}^2} dA_j,$$

где θ_i и θ_j представляют собой углы между единичными нормальными к площадкам, а линия R_{ij} соединяет эти две площади. Если обе площади конечны, то коэффициент видимости задан отношением

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R_{ij}^2} dA_i dA_j.$$

В силу вышеуказанного уравнения, всегда удовлетворяется следующее отношение принципа взаимности:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}.$$

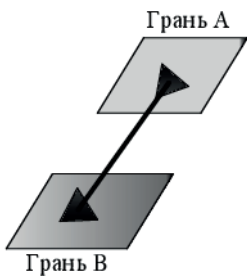


Рис. 45. Определение коэффициента видимости для оценки излучения между гранями А и В

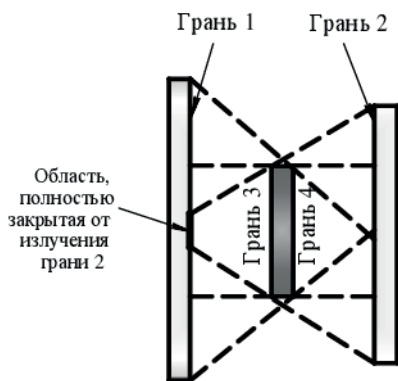


Рис. 46. Определение коэффициента видимости для каждой элементной грани относительно всех других граней

Во многих литературных источниках по теплопередаче приводятся коэффициенты видимости для областей простой формы. Расчет коэффициентов видимости для реальных объектов, имеющих сложную форму, требует больших усилий и затрат времени даже при использовании быстродействующих компьютеров. Если требуется рассчитать коэффициенты видимости для оценки излучения между гранями А и В, программа понимает каждую такую грань как состоящую из малых площадок (поверхностей), задаваемых элементными гранями (рис. 45). Затем программа вычисляет коэффициент видимости для каждой элементной грани относительно всех других элементных граней на множестве ячеек. В такие расчеты включаются коэффициенты видимости между элементными гранями на одной и той же геометрической грани (рис. 46).

Вогнутая грань с разумно мелкой сеткой может излучать сама на себя.





Плоские и выпуклые грани сами на себя не излучают. Такие эффекты учитываются программой автоматически.

Излучение между двумя гранями может быть **блокировано** какой-либо гранью третьего элемента. В таком случае коэффициент видимости становится равным 0. Программное обеспечение автоматически учитывает блокирование между всеми заданными гранями, как это показано на рис. 46. Для правильного рассмотрения и учета блокирования необходимо выбрать грани, принимающие участие в излучении. В приведенном на рис. 46 примере грани 3 и 4 частично блокируют излучение между гранями 1 и 2. Неверные результаты получаются в том случае, если выбрать только грани 1, 2 и 3.

Излучение от поверхностей оболочки

Для оболочек с сеткой оболочки и комбинированной сеткой доступно определение излучения от поверхности к поверхности. Если поверхность оболочки выбирается для излучения от поверхности к поверхности, то программа предполагает, что обе стороны оболочки излучают.

При определении излучения от поверхностей оболочки возможны следующие варианты:

-  Излучение в окружающую среду от верхней части поверхности оболочки.
-  Излучение в окружающую среду от нижней части поверхности оболочки.
-  Излучение от обеих поверхностей оболочки.
-  Верхняя сторона выбранной поверхности.

Стационарный и нестационарный режимы теплообмена

Передача тепловой энергии тесно связана с распределением температуры в пространстве и времени, т. е. с температурным полем. В общем случае температура t в любой точке пространства является функцией координат x , y , z и времени τ . Следовательно, уравнение температурного поля будет

$$t = f(x, y, z, \tau).$$

Подобное поле, в котором температура меняется с изменением времени, называется **нестационарным (или переходным)**.

Если температура во времени не меняется, то поле называется **стационарным** и его уравнение будет

$$t = f(x, y, z).$$

Простейшим случаем температурного поля, наиболее часто используемого в теории теплообмена, является стационарное одномерное поле, уравнение которого имеет вид

$$t = f(x).$$

Стационарный тепловой режим — это режим, при котором температура в любой точке тела неизменна и не зависит от времени, т. е.

$$\partial t / \partial \tau = 0.$$

Нестационарные (переходные) процессы — это процессы переноса теплоты за счет теплопроводности при отсутствии внутренних источников теплоты, когда температура системы изменяется не только от точки к точке, но и с течением времени.

Они имеют место при нагревании (охлаждении) различных заготовок и изделий, производстве стекла, обжиге кирпича, вулканизации резины, пуске и останове различных теплообменных устройств, энергетических агрегатов и т. д.

Среди практических задач переходной теплопроводности важнейшее значение имеют две группы процессов:

- а) тело стремится к тепловому равновесию;
- б) температура тела претерпевает периодические изменения.

К первой группе относятся процессы прогрева или охлаждения тел, помещенных в среду с заданным тепловым состоянием, например, прогрев болванки в печи, охлаждение металлических брусков и чушек, закаливаемой детали и т. п.

Ко второй группе относятся процессы в периодически действующих подогревателях, например, тепловой процесс регенераторов, насадка которых то нагревается дымовыми газами, то охлаждается воздухом.

В SolidWorks Simulation существуют два типа анализа теплопередачи:

- Термический анализ установившегося состояния (стационарный тепловой режим). При этом типе анализа нам интересны только

термические условия тела тогда, когда оно достигнет состояния теплового равновесия. Нам не интересно знать время, за которое тело достигнет такого состояния. При тепловом равновесии тепловая энергия, входящая в любой точке в модель, равна тепловой энергии, покидающей ее. В принципе, единственным материальным свойством, необходимым для выполнения анализа установившегося состояния, является теплопроводность;

- Термический анализ переходного процесса (нестационарный режим). При этом типе анализа нам интересно узнать термическое состояние модели как функции времени. Проектировщик термостата, например, знает, что температура жидкости внутри него будет впоследствии равной комнатной температуре (установившегося состояния), но ему интересно найти температуру жидкости как функцию времени. При задании свойств материала для переходного термического анализа требуется задать теплопроводность, плотность и удельную теплоемкость. Кроме того, требуется указать начальные температуры, время достижения решения и приращение по времени. Для переходных исследований можно ассоциировать тепловой поток и тепловую мощность с некоторым термостатом, определяемым температурным диапазоном в указываемом местоположении. Для каждого временного интервала программа включает или отключает условие тепловой мощности или теплового потока на основании температуры в месте расположения термостата.

Механизм термостата

В SolidWorks Simulation для переходных термических исследований предусмотрен механизм **термостата**, который позволяет контролировать все изменения тепловой мощности и тепловых потоков при достижении требуемого температурного диапазона в некоторой вершине. Для каждого шага решения статус тепловой мощности или состояния потока решается на основании температуры в указанной вершине на предыдущем шаге. В исследовании можно использовать несколько термостатов.

При положительном значении тепловой мощности или условия теплового потока устройство действует как нагреватель, который вклю-

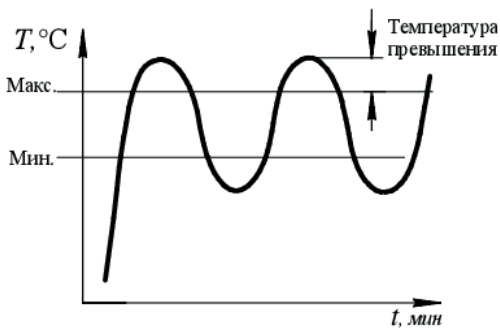


Рис. 47. График изменения температуры во времени в месте расположения термостата

датчика (вершины) равна или выше, чем высшая искомая температура. В противном случае условие охлаждения отключается на таком шаге.

Если термостат работает правильно, то график температуры по времени в месте температурного диапазона термостата должен колебаться, как это показано на рис. 47, при условии, что использовано адекватное количество времени. При слишком большом отклонении температуры от одной или от двух сторон границ диапазона термостата следует изменить свойства исследования в сторону уменьшения временного интервала и затем снова запустить исследование.

Если график температуры получается выше или ниже границ температурного диапазона термостата (как в кривых 1 и 2 на рис. 48), заданный термостат уже не играет роли в управлении тепловым источником.

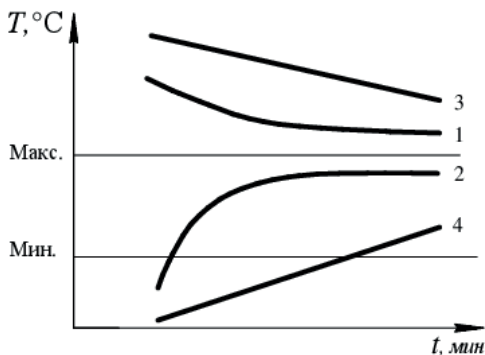


Рис. 48. Графики изменения температуры во времени, при которых следует изменить параметры процесса и перезапустить исследование

чается во время следующего шага решения, если текущая температура датчика (вершины) равна или ниже, чем низшая искомая температура. В противном случае условие нагревания отключается.

При отрицательном значении тепловой мощности или условия теплового потока устройство работает как охладитель, т.е. включается на следующем шаге решения, если текущая температура

В таком случае следует изменить источник тепла, иные термические нагрузки или ограничения, свойства материала или место расположения термостата.

Если температура в местоположении термостата приближается к одной из границ температурного диапазона термостата, но не пересекает ее (как в кривых 3 и 4 на рис. 48), следует увеличить время решения и перезапустить исследование.

Результаты термического анализа

После выполнения термического исследования можно создать эпюры следующих величин:

- температуры;
- градиента температуры в X -направлении выбранной справочной геометрии;
- градиента температуры в Y -направлении выбранной справочной геометрии;
- градиента температуры в Z -направлении выбранной справочной геометрии;
- результирующего градиента температуры;
- теплового потока в X -направлении выбранной справочной геометрии;
- теплового потока в Y -направлении выбранной справочной геометрии;
- теплового потока в Z -направлении выбранной справочной геометрии;
- результирующего теплового потока.

Направления X , Y и Z отнесены к глобальной координатной системе. Если выбрать справочную геометрию, то эти направления относятся к выбранному справочному объекту.

Программа также позволяет определить тепловой поток или тепловую мощность (переходного термического процесса) для расчета теплового равновесия.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Дополните предложения, выбрав правильные ответы из предложенных.
 - 1.1. Термическое исследование в SolidWorks Simulation не позволяет определить:
 - а) распределение температуры в равновесном состоянии;
 - б) термическое состояние модели как функции времени;
 - в) изменение температуры среды за счет конвекции и излучения.

1.2. Термическое исследование переходного процесса в SolidWorks Simulation — это:

- а) исследование изменения тепловой мощности и тепловых потоков как функции времени;
- б) исследование изменения температуры среды за счет конвекции и излучения;
- в) исследование распределения температуры в равновесном состоянии.

2. Рассчитать изменение температуры литника (рис. 49), через который подается струя жидкого металла диаметром 40 мм, длиной 200 мм с температурой 650 °С в течение 120 сек с временным инкрементом 10 сек. Начальное значение температуры литника составляет 60 °С. Материал литника — инструментальная сталь, материал жидкого металла — магниевый сплав.

Построить график изменения температуры во времени.

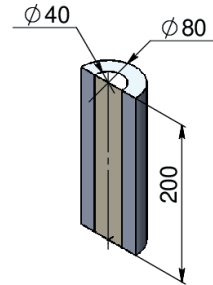


Рис. 49. К заданию для самостоятельной работы. Термическое исследование переходного процесса

Исследования потери устойчивости

Необходимым условием для любой инженерной конструкции является ее устойчивость. Под устойчивостью упругих систем понимают их свойство возвращаться в состояние равновесия после малых отклонений из этого состояния.

Потеря устойчивости определяется как внезапная деформация, которая происходит при мгновенном продольном действии сжимающей нагрузки, когда осевая энергия преобразуется в энергию изгиба без изменения приложенных внешних нагрузок.

Тонкие детали и сборки с тонкими компонентами, которые нагружаются в осевом направлении, имеют тенденцию изгибаться под осевой нагрузкой и могут выйти из строя в результате потери устойчивости при величинах нагрузки меньших, чем предельно допустимое напряжение материала, используемое в статических исследованиях. Для таких конструкций критическая продольная нагрузка становится критическим конструктивным фактором.

Анализ потери устойчивости обычно не требуется для объемных конструкций, так как разрушение происходит прежде всего вследствие нагрузок, превышающих предельно допустимое напряжение материала.

Математически, когда происходит потеря устойчивости, жесткость становится вырожденной. Линеаризованный анализ потери устойчивости, используемый в SolidWorks Simulation, позволяет свести задачу к вычислению собственных значений матрицы жесткости конструкции, оценить критическую нагрузку, вызывающую потерю устойчивости, и определить соответствующие формы потери устойчивости.

Модель может изгибаться в разных формах под нагрузками различного уровня. Форма, которую модель принимает во время потери устойчивости, называется **формой режима потери устойчивости**, а нагрузка — «критической» или «критической продольной нагрузкой».

При проведении анализа в SolidWorks Simulation вычисляется количество форм (мод) по запросу в диалоговом окне **Потеря устойчивости**.

Конструкторов обычно интересует самая низкая мода (мода 1), так как она ассоциируется с самой низкой критической нагрузкой.

Когда потеря устойчивости является критическим конструктивным фактором, вычисление нескольких форм (мод) потери устойчивости поможет обнаружить слабые места модели. Формы потери устойчивости могут помочь изменить модель или систему опор, чтобы предотвратить прогиб в определенных режимах.

Для расчета устойчивости может использоваться как твердотельная модель, так и поверхностная модель детали. При расчете устойчивости сборки — только твердотельная модель.

Ограничения расчета

Не учитываются в процессе нагружения до и после потери устойчивости:

- изменения геометрии модели;
- изменение направлений действия нагрузок.

Таким образом, задача решается в линейной постановке. Модель может изгибаться в разных формах под нагрузками различного уровня.

Более мощный метод исследования поведения моделей при потере и после потери устойчивости требует использования программы нелинейного анализа конструкции.

Следствия ограничений

Результаты исследования получатся одинаковыми при следующих разных способах приложения нагрузки:

- направленная сила;
- сила, нормальная грани;
- давление, результирующая которого равна по величине силе (в указанных выше случаях).

Ограничения для сборки (кроме указанных выше):

- не учитывается подвижность (скольжение, вращение) кинематических пар.

Кроме того:

- в SW Simulation не разделяется общая и местная потеря устойчивости. Выделяется заданное пользователем число форм потери устойчивости, соответствующее наименьшим нагрузкам;
- алгоритм определения критической силы имеет серьезные ограничения: невозможность учесть влияние растягивающих нагрузок на величину критической силы.

Запас прочности на потерю устойчивости

Отношение продольных нагрузок к приложенным нагрузкам является коэффициентом запаса прочности на потерю устойчивости ($K_{пу}$). В табл. 5 приведены возможные значения запаса прочности.

Таблица 5

**Значения запаса прочности на потерю устойчивости
для различных состояний конструкции**

Значение запаса прочности ($K_{пу}$)	Состояние потери устойчивости	Заметки
$K_{пу} > 1$	Потеря устойчивости не прогнозируется	Приложенные нагрузки меньше, чем вычисленные критические нагрузки. Потеря устойчивости не ожидается
$0 < K_{пу} < 1$	Прогнозируется потеря устойчивости	Приложенные нагрузки превышают вычисленные критические нагрузки. Ожидается потеря устойчивости
$K_{пу} = 1$	Прогнозируется потеря устойчивости	Приложенные нагрузки точно равны вычисленным критическим нагрузкам. Ожидается потеря устойчивости

Окончание табл. 5

Значение запаса прочности ($K_{пу}$)	Состояние потери устойчивости	Заметки
$K_{пу} = -1$	Потеря устойчивости не прогнозируется	Потеря устойчивости происходит, когда направления примененных нагрузок реверсированы. Например, если к брусу прикладывается нагрузка растяжения, то BFS должен быть отрицателен. Брус не потеряет устойчивость
$-1 < K_{пу} < 0$	Потеря устойчивости не прогнозируется	Потеря устойчивости прогнозируется, если реверсировать все нагрузки
$K_{пу} < -1$	Потеря устойчивости не прогнозируется	Потеря устойчивости не ожидается, даже если реверсировать все нагрузки

В общем случае структура может обладать положительным и отрицательным коэффициентами запаса прочности для потери устойчивости. Например, представьте цилиндрический сосуд, подвергнутый внутреннему давлению, поддерживаемый опорами. Сосуд никогда не потеряет устойчивость, так как находится под воздействием натяжения, однако опоры могут потерять устойчивость, так как находятся под воздействием сжатия.

Вычисление нагрузок потери устойчивости

Чтобы рассчитать нагрузки потери устойчивости для режима потери устойчивости, следует умножить все приложенные нагрузки на $K_{пу}$ для этого режима. Например, предположим, что приложены следующие нагрузки:

- сила 500 н на грани 1;
- давление 250 н/кв. м на грани 2 и 3

и коэффициент запаса прочности на потерю устойчивости для режима потери устойчивости 1 равен 2,3, то потеря устойчивости в режиме 1 возникнет, если приложить:

- силу $500 \times 2,3 = 1150$ н на грани 1;
- давление $250 \times 2,3 = 575$ н/кв. м на грани 2 и 3.

Поток и термические воздействия в исследованиях потери устойчивости

Программное обеспечение учитывает давление потока, созданное SOLIDWORKS Flow Simulation, и термические воздействия в исследованиях потери устойчивости. Тонкие детали, подвергаемые воздействию повышения температуры, подобные электронным компонентам, могут изгибаться в результате ограничения для расширения. Для термических воздействий можно задавать равномерное повышение температуры, назначать различные температуры различным областям модели или импортировать профиль температур из термического исследования.

При использовании параметра **Исходная температура** следует удостовериться, что заданы температуры на компонентах или оболочках. Задание температур только на границе не всегда удобно — может потребоваться сначала создать и решить термическое исследование для вычисления температур на всех узлах.

Включение термических воздействий в исследования потери устойчивости

Для включения термических воздействий в исследование потери устойчивости следует:

1. В дереве исследования Simulation нажать правой кнопкой мыши значок исследования потери устойчивости и выбрать Свойства.
2. В диалоговом окне перейти на вкладку Эффекты потока/Тепловые эффекты.
3. В окне Термические параметры выбрать один из следующих параметров:
 - исходная температура. Используются заданные температуры, определенные в папке Нагрузка/Ограничение исследования, для вычисления их влияния на потерю устойчивости модели;
 - температуры для термического исследования. Используется профиль температур, получившийся в результате завершеного термического исследования. Термическое исследование может быть для установившегося состояния или для переходного процесса. При использовании этого параметра требуется задать термическое исследование. А при выборе исследования переходных процессов требуется задать временной шаг;

- температура из Flow Simulation. Из файла считывается профиль температур, получившийся в результате завершения Flow Simulation конфигурации. Следует перейти в Flow Simulation, чтобы выбрать Файлы результатов FloWorks (*.fld).
- 4. Установить Справочную температуру при нулевой деформации.
- 5. Нажать ОК.

При запуске исследования будут учитываться термические воздействия.

Включение эффектов давления жидкости в анализ потери устойчивости

Для включения влияния давления жидкости в исследование потери устойчивости необходимо использовать модуль SolidWorks Flow Simulation, который входит в состав SolidWorks.

В SolidWorks Flow Simulation необходимо сформировать файл, содержащий данные по давлению жидкости. Далее работа выполняется в следующем порядке:

1. Используя SolidWorks Flow Simulation, выполнить экспорт данных давления жидкости.
2. В дереве исследования Simulation нажать правой кнопкой мыши значок частотного исследования и выбрать Свойства.
3. В диалоговом окне Потеря устойчивости перейти на вкладку Эффекты потока/Тепловые эффекты.
4. В окне Параметры давления жидкости выбрать Включить эффекты давления жидкости из Flow Simulation и указать файл с расширением fld, созданный Flow Simulation.
5. Нажать ОК.

При запуске исследования будут учитываться воздействия потока.

Результаты линеаризованного анализа потери устойчивости

После успешного запуска исследования потери устойчивости под нагрузкой можно просматривать:

1. **Перемещение.** Можно построить эпюру составляющих перемещения формы режима потери устойчивости:
 - перемещение в направлении X ;
 - перемещение в направлении Y ;

- перемещение в направлении Z ;
- результирующее перемещение (не использует справочную геометрию).

Формы мод потери устойчивости иллюстрируют только профиль моды (т. е. перемещение узлов относительно друг друга). Значения перемещений вычислены на основании различных процедур нормализации. Программа нормализует каждую форму колебаний так, чтобы $\{\varphi_i\}^T [K_G] \{\varphi_i\}$ было равно $[I]$, где $\{\varphi_i\}$ — вектор, представляющий i -ю форму потери устойчивости, $\{\varphi_i\}^T$ — его транспозиция, $[K_G]$ — геометрическая матрица жесткости, $[I]$ — единичная матрица.

2. **Деформация.** Можно построить эпюру деформированной формы конкретного режима потери устойчивости. Соответствующий коэффициент критической нагрузки построенной эпюры режима потери устойчивости отображается на эпюре.
3. **Отчет.** Можно создать отчеты исследования.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Дополните предложения, выбрав правильные ответы из предложенных.
 - 1.1. В исследовании потери устойчивости в SolidWorks Simulation не учитываются:
 - а) изменения геометрии модели в процессе нагружения до и после потери устойчивости;
 - б) материал конструкции;
 - в) изменение направлений действия нагрузок.
 - 1.2. Задача исследования потери устойчивости в SolidWorks Simulation решается:
 - а) в линейной постановке;
 - б) в нелинейной постановке.
 - 1.3. Коэффициент запаса прочности для потери устойчивости — это:
 - а) отношение продольных нагрузок к приложенным нагрузкам;
 - б) отношение предела текучести к максимальной нагрузке;
 - в) отношение предела прочности к максимальной нагрузке.

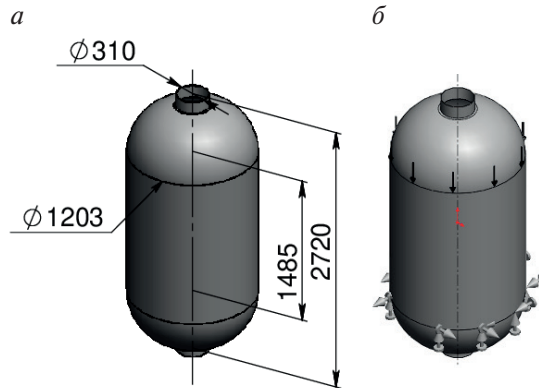


Рис. 50. К заданию для самостоятельной работы. Исследование устойчивости сосуда:
 а — размеры и форма сосуда; б — места крепления и приложения силы

1.4. Потеря устойчивости не прогнозируется при значении коэффициента запаса прочности ($K_{\text{пу}}$):

- а) $K_{\text{пу}} < 0$;
- б) $0 < K_{\text{пу}} < 1$;
- в) $K_{\text{пу}} = 1$;
- г) $K_{\text{пу}} = -1$.

2. Определить критическую продольную нагрузку (вызывающую потерю устойчивости) для сосуда, изготовленного из нержавеющей стали толщиной 3 мм (рис. 50, а). На сосуд действует по верхней цилиндрической кромке $\varnothing 1203$ сила 1200 Н, направленная вертикально вниз.

Сосуд закреплен по нижней цилиндрической кромке $\varnothing 1203$ (закрепленная геометрия), рис. 50, б.

Анализ усталости

Усталостью материалов называется явление ослабления и разрушения со временем изделия при воздействии на него повторяющихся знакопеременных нагрузок, даже если прикладываемые нагрузки намного меньше, чем предельно допустимые значения напряжения. Количество циклов, требуемое для усталостного разрушения изделия, зависит от материала и колебаний нагрузки. Усталость является ос-

новной причиной выхода из строя многих объектов, особенно изготовленных из металлов.

В линейных и нелинейных исследованиях конструкций не учитывается разрушение от усталости. В них вычисляется реакция конструкции, подвергнутой воздействию заданных нагрузок, вне зависимости от количества циклов нагружения конструкции. Если вычисленные напряжения находятся внутри допустимых пределов, то делается заключение, что конструкция является безопасной в этих условиях. Результаты этих исследований могут использоваться в качестве основы для проведения анализа усталости.

Разрушение от усталости, одной из основных причин которого принято считать образование и развитие трещин, происходит в три стадии:

Стадия 1. В материале образуются одна или несколько трещин.

Трещины могут образовываться в любом месте материала, но обычно появляются на граничных поверхностях вследствие больших колебаний напряжения. Трещины могут появиться вследствие многих причин. Несовершенство микроскопической структуры материалов и поверхностные царапины, вызванные инструментами или обращением, — это некоторые из причин.

Стадия 2. Некоторые или все трещины образуются в результате продолжительных нагрузок.

Стадия 3. Способность конструкции выдерживать приложенные нагрузки продолжает ухудшаться до тех пор, пока не происходит разрушение.

Основным методом предотвращения усталостного разрушения является модификация конструкции механизма с целью исключения циклических нагрузок, либо замена материалов на менее склонные к усталости. Значительное увеличение выносливости дает химико-термическая обработка металлов, например азотирование.

Параметры усталости

Предел усталости (предел выносливости) — наибольшее знакопеременное напряжение, которое не приведет к усталостному разрушению. Предел усталости материала определяют с помощью лабораторных испытаний. За *базу испытаний* принимают число 10^7 циклов (так как опытным путем обнаружено, что если образец не разрушился до 10^7 циклов, то и при более длительном испытании он не разрушит-

ся) и устанавливают то наибольшее значение максимального напряжения цикла, при котором образец не разрушается до базы испытаний. Это значение и принимают за предел усталости.

Усталостная долговечность. Усталостная долговечность при данном уровне знакопеременного напряжения и среднем значении равна количеству циклов, требуемых для разрушения от усталости.

Неограниченный срок службы — количество циклов, при котором усталостная прочность перестает уменьшаться. Другими словами, количество циклов напряжения, необходимое для разрушения, практически бесконечно.

Усталостная прочность — напряжение, при котором происходит усталостное разрушение после данного количества циклов нагрузки. Усталостная прочность определяется путем применения к отдельным испытательным образцам разных уровней циклического напряжения и измерения количества циклов для разрушения.

Коэффициент напряжения (коэффициент асимметрии) R определяется как отношение минимального циклического напряжения к максимальному напряжению.

Для полностью реверсивной нагрузки (симметричный цикл нагружения) $R = -1$ (рис. 51). Этот цикл является наиболее неблагоприятным для работы детали, так как характеризуется изменением не только значения, но и знака действующих напряжений (знакопеременный цикл). Здесь наибольшие и наименьшие напряжения противоположны по знаку и одинаковы по модулю (напряжения изгиба при вращении валов и осей).

Если нагрузка применяется и снимается (нереверсивная), $R = 0$ (рис. 52). Такое пульсирующее нагружение, когда напряжения изменяются от нуля до максимума, имеют зубья зубчатых колес при работе в одну сторону, толкатели и шатуны тихоходных механизмов с малой нагрузкой холостого хода, неререверсивные валы (напряжения кручения).

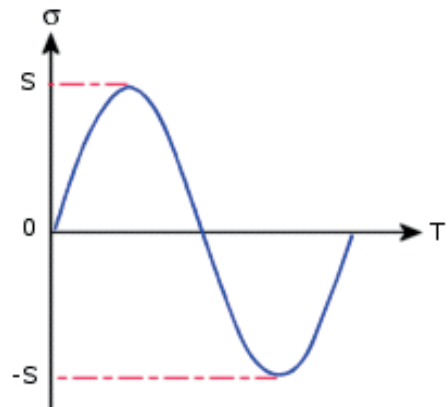


Рис. 51. Симметричный цикл нагружения — полностью реверсивная нагрузка ($R = -1$)

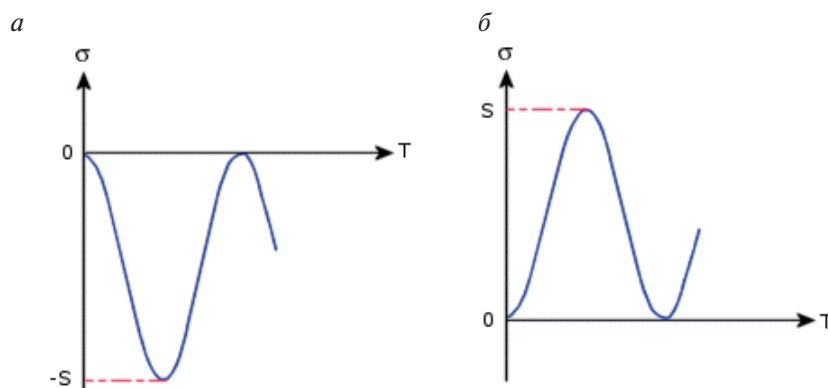


Рис. 52. Асимметричные циклы нагружения при нереверсивной нагрузке ($R = 0$):
 a — растяжение; b — сжатие

Знакопеременное напряжение S_a определено как

$$S_a = (S_{\max} - S_{\min})/2,$$

где S_{\max} и S_{\min} — максимальное и минимальное напряжения соответственно.

В Simulation можно задать компоненты напряжения для расчета знакопеременного напряжения следующим образом: интенсивность напряжения (P1 — P3), эквивалентное напряжение (по Мизесу) или максимальное абсолютное главное напряжение (P1).

Диапазон напряжений ΔS :

$$\Delta S = S_{\max} - S_{\min}.$$

Среднее напряжение S_m :

$$S_m = (S_{\max} + S_{\min})/2.$$

Амплитудный коэффициент A :

$$A = S_a / S_m.$$

В табл. 6 приведены коэффициенты напряжения и амплитуд для некоторых распространенных нагрузок.

Таблица 6

Коэффициенты напряжения и амплитуд

Тип нагрузки	Значения
Полностью реверсирована	$R = -1$, $A = \text{бесконечность}$
От нуля до максимума	$R = 0$, $A = 1$
От нуля до минимума	$R = \text{бесконечность}$, $A = -1$

Кривая $S-N$

Графическим представлением результатов испытаний определенного материала на усталость служит *кривая усталости*, называемая *$S-N$ диаграммой*. По оси абсцисс откладывают количество циклов (N), по оси ординат — знакопеременное напряжение (S).

На рис. 53 показана типичная кривая $S-N$. Как правило, вместо N используется логарифм N с основанием 10 вследствие обычно больших значений N .

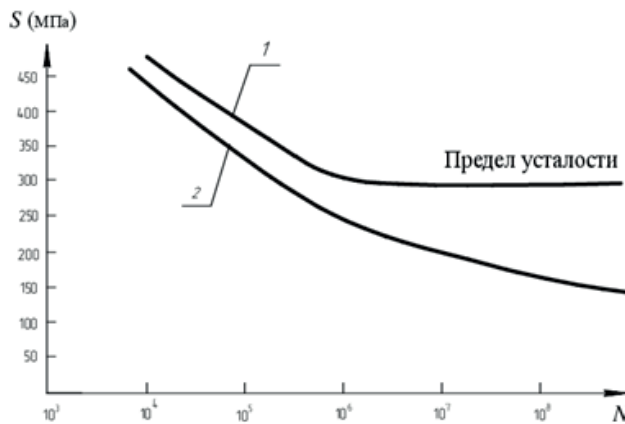


Рис. 53. Кривые усталости $S-N$:

1 — для стали; 2 — для алюминия

В SolidWorks Simulation можно выбрать одну из трех схем интерполяции, чтобы найти промежуточные точки данных на кривой $S-N$: **Двойная логарифмическая**, **Полулогарифмическая** и **Линейная**.

Близкий к горизонтальной линии участок кривой определяет усталость, т.е. задает предел усталости тестируемого материала (рис. 53, кривая 1). Если амплитуда напряжения ниже предела усталости материала, считается, что образец имеет неограниченный срок службы. Однако для многих металлов и сплавов, не содержащих железа, например для алюминиевых (рис. 53, кривая 2), магниевых и медных сплавов, предел усталости неопределяем, так как на кривой не выявляется горизонтального участка. Для этих материалов наблюдается постоянно убывающая кривая $S-N$.

Кривая $S-N$ для материала определяет соотношение амплитуды циклического напряжения (или переменного напряжения) и количества

циклов, необходимых для разрушения при заданном коэффициенте напряжения R .

Для любого материала можно задать несколько кривых $S-N$ (до десяти), соответствующих разным коэффициентам R . Затем программа использует линейную интерполяцию кривых $S-N$, чтобы извлечь данные для заданного коэффициента напряжения.

Если для определения свойств усталости материала используется одна $S-N$ кривая с $R = -1$ (полностью реверсивное или нулевое среднее напряжение), то можно выбрать метод коррекции (Гудмена, Гербера или Содерберга), чтобы учесть влияние ненулевых средних напряжений.

Испытания, проводимые для получения кривых $S-N$, в большинстве случаев выполняются при неосевой нагрузке для полностью реверсивных циклов напряжения. Так как реальная схема нагружения обычно является многоосевой, может потребоваться снизить усталостную прочность. В программном обеспечении предусмотрен **Коэффициент уменьшения усталостной прочности** в диалоговом окне **Усталость**, чтобы учесть указанное несоответствие.

Привязка кривых $S-N$ к материалу

Для исследования усталости необходимо определить кривые $S-N$ для каждого материала, примененного к модели. Для определения новой кривой $S-N$ можно указать данные переменного напряжения и циклов или использовать существующую кривую $S-N$ из базы данных материалов. Кривые $S-N$ используются только для исследований усталости.

Для некоторых материалов в библиотеке материалов кривые усталости $S-N$ уже назначены. Такие материалы обозначены в окне списка буквами (SN) в конце названия. Дополнительные сведения о кривых SN см. в *Atlas of Fatigue Curves*, ASM International.

Материалы с кривыми зависимости деформации от напряжения обозначены (SS), а материалы с кривыми SN и кривыми зависимости деформации от напряжения обозначены (SS , SN).

Для назначения материалу кривой $S-N$ следует:

1. В **Исследовании усталости** добавить событие усталости.
2. В диалоговом окне **Материал** вкладки **Кривые усталости SN** в окне **Источник** необходимо:

- а) в окне **Интерполировать** задать схему интерполирования знакопеременных напряжений в зависимости от количества циклов кривой $S-N$;
- б) выбрать **Определить и выбрать кривую из списка**. В уже определенных кривых к названию кривой добавлено значение коэффициента напряжения (например, $R = -1$). Не определенные кривые помечены как **(Не определена)**. Следует выбрать неопределенную кривую, чтобы подставить данные. Можно определить до 10 кривых $S-N$, чтобы задать различные значения коэффициента напряжения R для определенного материала.
3. В окне **Данные таблицы** необходимо выполнить следующее:
- а) в поле **Коэффициент напряжения (R)** ввести коэффициент напряжения, связанный с кривой

$$R = S_{\min} / S_{\max},$$

где S_{\min} — минимальное напряжение в цикле напряжения;
 S_{\max} — максимальное напряжение;
 среднее напряжение:

$$S_{\text{cp}} = (S_{\max} + S_{\min}) / 2;$$

- б) установить единицу напряжения;
- в) заполнить данные кривой, введя значения знакопеременного напряжения и количество циклов для разрушения из-за усталости, либо нажать **Файл**, чтобы импортировать данные из библиотеки кривых $S-N$ Simulation;
 Чтобы импортировать точки данных кривой, которые хранятся в файле (*.dat), надо нажать **Файл** в диалоговом окне **Кривые функций**. Формат файла точек данных кривой (*.dat) будет выглядеть как два столбца: **Количество циклов** (первый столбец) и **Знакопеременное напряжение** (второй столбец).
 Чтобы добавить новую строку, надо дважды щелкнуть последнюю ячейку в столбце **Точки**.
 Чтобы удалить строку, надо выделить ее и нажать кнопку **Удалить** или нажать ее правой кнопкой мыши и выбрать **Удалить**;
- г) чтобы построить график данных, надо выбрать **Вид** или **Сохранить** для сохранения кривой в файле данных (*.dat).

Предварительный просмотр показывает кривую в том виде, как она определена;

д) ввести источник справок для данных кривой $S-N$ кривой в **Источник**.

4. Нажать **Применить**.

Интерполяции между кривыми $S-N$

Если доступна кривая $S-N$ для определенного коэффициента напряжения, программа выполняет линейную интерполяцию между кривыми $S-N$, чтобы извлечь данные для определенного коэффициента напряжения.

Предположим, что для используемого в исследовании материала в базе данных материалов определены только две кривые $S-N$ для коэффициентов напряжения $R = 0,5$ и $R = 1,0$. На основе анализа требуется рассчитать количество циклов N для $R = 0,25$ и $R = 0,7$.

Для коэффициента напряжения $R = 0,7$ программа рассчитывает $N1$ от первой кривой и $N2$ от второй, а затем линейной интерполяцией между $N1$ и $N2$ находит количество циклов N для коэффициента напряжения $0,7$.

Поскольку коэффициент напряжения $R = 0,25$ находится вне диапазона данных коэффициентов напряжения кривой $S-N$, то учитывается кривая $S-N$ с близким коэффициентом напряжения, в данном случае с коэффициентом $R = 0,5$.

При отсутствии нескольких кривых $S-N$ для исследуемого материала можно использовать кривую $S-N$ с коэффициентом напряжения -1 (нулевой средний коэффициент напряжения). Чтобы скорректировать значение от нулевого среднего коэффициента напряжения до фактически намеченного коэффициента напряжения (рассчитанного на основе фактических условий напряжения), необходимо применить один из методов коррекции среднего напряжения (Гудмен, Гербер или Содерберг).

Коррекция среднего напряжения

Амплитуда знакопеременного напряжения цикла напряжений вычислена как половина диапазона напряжения в цикле. Величина разрушения, вызванного циклом напряжений, зависит не только от знакопеременного напряжения, но также от среднего напряжения. Например, два цикла на рис. 54 имеют одинаковое знакопеременное напряжение, но так как они имеют различные средние значения напряжения, они вызовут различные количества разрушений.

Влияние среднего напряжения на число циклов до разрушения показано на диаграмме предельных амплитуд, рис. 55, называемой графиком Хейга.

Среднее напряжение равно нулю, только когда нагрузка полностью реверсивная. В большинстве простых случаев S - N -кривая с тем самым R -коэффициентом, который обеспечивает нагрузка. В этом случае S - N -кривая используется непосредственно, поскольку коррекция не требуется. Если определить кривые S - N с различными R -коэффициентами, то программное обеспечение посчитает среднее напряжение путем линейной интерполяции между кривыми. Если имеется только одна S - N -кривая с R -коэффициентом, отличающимся от R -коэффициента нагрузки, необходима коррекция.

Программа всегда использует напряжение по Мизесу для вычисления среднего напряжения. Поскольку напряжение по Мизесу является положительной величиной, программа присваивает ему знак главного напряжения с наибольшей алгебраической величиной в целях вычисления ассоциированного среднего напряжения.

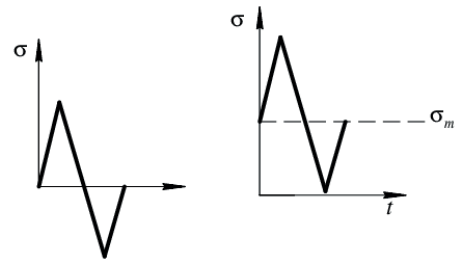


Рис. 54. Графики циклов напряжений с одинаковым знакопеременным напряжением и различными значениями среднего напряжения (σ_m)

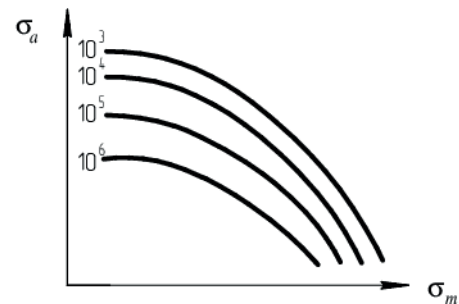


Рис. 55. Диаграмма предельных амплитуд Хейга:

σ_a — знакопеременное амплитудное напряжение; σ_m — среднее напряжение

Методы коррекции

Для обсуждения методов коррекции определим следующие переменные цикла напряжений:

S_{\max} — максимальное напряжение;

S_{\min} — минимальное напряжение;

ΔS — диапазон напряжения: $\Delta S = S_{\max} - S_{\min}$;

S_a — знакопеременное напряжение: $S_a = (S_{\max} - S_{\min}) / 2$;

S_{cp} — среднее напряжение: $S_{\text{cp}} = (S_{\max} + S_{\min}) / 2$;

R — коэффициент напряжения: $R = S_{\min} / S_{\text{mean}}$;

A — амплитудный коэффициент: $A = S_a / S_{\text{cp}}$;

S_{ca} — скорректированное знакопеременное напряжение (на основании нулевого среднего);

S_y — предел текучести;

S_u — предел прочности.

Ниже приведены коэффициенты напряжения и амплитуд для некоторых распространенных нагрузок.

Тип нагрузки	Коэффициенты напряжения и амплитуд
Полностью реверсирована	$R = -1$, $A = \text{бесконечность}$
От нуля до максимума	$R = 0$, $A = 1$
От нуля до минимума	$R = \text{бесконечность}$, $A = -1$

Программное обеспечение SolidWorks Simulation предлагает следующие методы вычисления скорректированного знакопеременного напряжения S_{ca} :

1. Метод Гудмена — обычно подходит для хрупких материалов:

$$S_{\text{ca}} = \frac{S_u S_a}{S_u - S_{\text{mean}}} = \frac{S_a}{1 - \frac{S_{\text{mean}}}{S_u}}.$$

2. Метод Герберга — обычно подходит для пластичных материалов:

$$S_{\text{ca}} = \frac{S_a}{1 - \left(\frac{S_{\text{mean}}}{S_u} \right)^2}.$$

3. Метод Содерберга — обычно наиболее занижен:

$$S_{ca} = \frac{S_y S_a}{S_y - S_{mean}} = \frac{S_a}{1 - \frac{S_{mean}}{S_y}}.$$

Для событий как с переменной, так и с постоянной амплитудой, программное обеспечение рассчитывает среднее напряжение в дополнение к знакопеременному напряжению для каждого цикла, а затем оно оценивает скорректированное напряжение, используя заданные критерии.

Выполнение анализа усталости

Для того чтобы выполнить анализ усталости следует:

1. Создать одно или несколько статических или нелинейных исследований или динамических исследований модальной временной диаграммы.
2. Создать исследование усталости (постоянной и переменной амплитуды) и определить его **свойства**. Перед запуском исследования удостоверьтесь, что заданы надлежащие параметры.
3. В дереве исследования Simulation нажать правой кнопкой мыши на папку **Loading (Нагрузки)** и выбрать **Добавить событие**, чтобы определить событие усталости, основанное на справочном статическом исследовании или на определенном шаге решения нелинейного исследования, или динамического исследования модальной временной диаграммы. Чтобы определить событие усталости, основанное на нескольких справочных исследованиях, следует установить параметр **Тип нагрузки** на значение **Поиск пиков цикла**.

События с переменной амплитудой обычно содержат большое количество данных. Диалоговое окно **Кривая функции** позволяет импортировать текстовые файлы, содержащие данные в виде кривых изменений нагрузки. Данные становятся доступны при определении события усталости переменной амплитуды.

4. Щелкнуть по вкладке **Кривые усталости SN** в диалоговом окне **Материал**, чтобы определить кривые *SN*. Следует определить по меньшей мере одну **SN кривую** для каждого **материала**.
5. Нажать правой кнопкой мыши **Параметры результатов** и выбрать **Определить/Редактировать** для запроса результатов во всех узлах или только на граничных узлах. Если исследование основано на событиях с переменной амплитудой, можно запросить **Графики матриц полных циклов (rainflow)** в нужных местоположениях.
6. Для исследований усталости с переменной амплитудой следует нажать правой кнопкой мыши значок события усталости и выбрать **Изобразить трехмерную матрицу полных циклов (rainflow)** или **Изобразить двухмерную матрицу полных циклов (rainflow)**, чтобы построить график бункеров хронологии входной нагрузки.
7. **Выполнить** исследование на усталость. Если результаты справочного исследования, используемого в определении события, не имеются в наличии, программа запускает автоматически справочное исследование перед запуском исследования на усталость.
8. Задать параметры анализа исследования усталости. Для этого надо щелкнуть правой кнопкой мыши значок раздела и выбрать **Свойства**.
9. Для просмотра результатов следует:
 - дважды щелкнуть значок в папке результатов для отображения связанной эпюры;
 - для определения эпюры следует нажать правой кнопкой мыши на папку **Результаты** и выбрать **Определить эпюру усталости**;
 - для вывода списка результатов надо щелкнуть правой кнопкой мыши на папку **Результаты** и выбрать **Список результатов усталостного анализа**;
 - для исследований событий с переменной амплитудой следует нажать правой кнопкой мыши на папку **Результаты** и выбрать **Определить Графики матриц**, чтобы просматривать **Графики матриц**.

Если запустить исследование перед созданием сетки, программа автоматически создаст сетку исследования перед запуском. Команду запуска исследования можно также активировать, установив флажок **Запуск анализа** после создания сетки в окне **Property Manager Сетка**.

При запуске исследования, которое не имеет каких-либо папок результатов, программное обеспечение создаст папки и эпюры, заданные в **Параметрах результатов** для этого типа исследования. Если папки результатов имеются, программное обеспечение обновит существующие эпюры.

События усталости материалов

Программное обеспечение SolidWorks Simulation обрабатывает два различных типа событий усталости материалов: постоянной амплитуды и переменной амплитуды.

Кроме того, можно определить несколько событий усталости и установить тип взаимодействия между ними: нет взаимосвязи или случайной взаимосвязи между событиями. Метод случайной взаимосвязи разработан на основе норм и правил ASME на котлы и сосуды, работающие под давлением. Программное обеспечение использует сочетание максимальных напряжений от различных событий для оценки переменного усилия.

События с постоянными амплитудами

Все циклы событий постоянной амплитуды имеют одинаковые знакопеременные и средние напряжения (рис. 56). Событие усталости материалов постоянной амплитуды полностью определено знакопеременным напряжением, средним напряжением (или коэффициентом напряжения) и количеством циклов.

В основе событий усталости могут быть:

- одиночные нагрузки из статического исследования или из определенного шага решения нелинейного или динамического исследования модальной временной диаграммы;
- множественные нагрузки из статических исследований или из шагов решения нели-

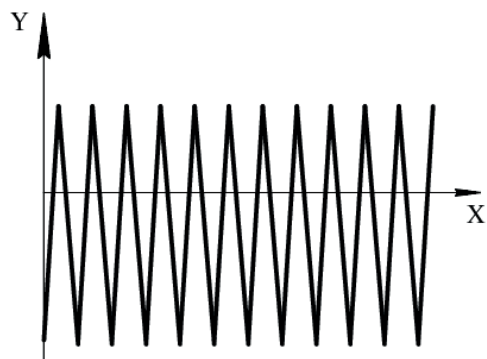


Рис. 56. Пример события постоянной амплитуды

нейных или динамических исследований модальной временной диаграммы. В случае множественных нагрузок программа определяет сочетание нагрузок, которое дает наибольшее колебание напряжения.

События с переменной амплитудой

Событие переменной амплитуды усталости материалов является записью хронологии нагрузок, которая определяется хронологией колебаний нагрузки. Значения времени не играют какой-либо

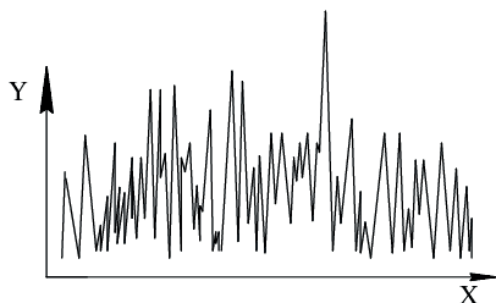


Рис. 57. Пример события переменной амплитуды

роли для исследований усталости с одним событием переменной амплитуды (рис. 57). В этом случае достаточно определить последовательность амплитуд. В исследованиях усталости с несколькими событиями переменной амплитуды значения времени каждого события необходимы для корреляции с другими событиями нагрузки.

Теория накопленного повреждения

Теория накопленного повреждения предполагает, что цикл напряжений со знакопеременным напряжением выше предела усталости, определяемого измеряемым неустраняемым повреждением. Также предполагается, что полное разрушение, вызванное множеством циклов напряжения, равно сумме повреждений, вызванных отдельными циклами напряжений.

Правило линейного повреждения

Если предположить, что $S-N$ кривая указывает, что требуется $N1$ циклов знакопеременного напряжения $S1$, чтобы вызвать усталостное разрушение, то теория гласит, что каждый цикл вызывает степень повреждения $D1$, потребляющую $1/N1$ долговечности конструкции.

Кроме того, если конструкция подвергнута воздействию $n1$ циклов знакопеременного напряжения $S1$ и $n2$ циклов знакопеременного напряжения $S2$, то общая степень повреждения D подсчитывается как

$$D = (n1 / N1 + n2 / N2),$$

где $N1$ — количество циклов, требуемых, чтобы вызвать разрушение под $S1$; $N2$ — количество циклов, требуемых, чтобы вызвать разрушение под $S2$.

Настоящее правило называется **Правилом линейного повреждения**, или **правилом Майнера**. Степень повреждения, также называемая «коэффициент использования», представляет собой отношение израсходованной долговечности конструкции. Степень повреждения 0,35 означает, что израсходовано 35 % ресурса конструкции. Разрушение от усталости происходит при степени повреждения 1,0.

Правило линейного повреждения не учитывает влияние последовательности нагружения. Другими словами, оно прогнозирует то, что разрушение, вызванное циклом напряжений, является независимым от того, где оно появляется в хронологии нагрузок. Также предполагается, что степень накопления разрушения не зависит от уровня напряжения. Наблюдаемое поведение означает, что трещины появляются в нескольких циклах с большими амплитудами напряжения, тогда как почти весь срок службы затрачивается на инициацию трещин при низких амплитудах напряжения.

Правило линейного повреждения используется в его простой форме, когда в свойствах исследования пользователь задает, что события усталости материалов не взаимодействуют друг с другом. При установке взаимодействия между случайными событиями программа SolidWorks Simulation использует кодекс ASME (ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Издание 1983 (и новее), часть III, раздел 1, подраздел NB) для оценки ущерба, комбинируя пики событий.

Несколько событий усталости материалов

Оценка знакопеременных напряжений для нескольких событий усталости материалов зависит от того, происходят события случайно или независимо (без взаимосвязи между событиями). В диалоговом окне Усталость можно установить тип взаимосвязи между несколькими событиями усталости материалов:

- **Без взаимосвязи** — SOLIDWORKS Simulation оценивает знакопеременное напряжение отдельно для каждого события. Каждое событие усталости материалов происходит независимо от других

событий. Коэффициент повреждения всех событий добавляется последовательно;

- Случайная взаимосвязь — данный метод разработан на основе норм и правил Американского общества инженеров-механиков (ASME) на котлы и сосуды, работающие под давлением. Программное обеспечение учитывает возможности смешивания максимальных напряжений от различных событий для оценки знакопеременных напряжений. Программа оценивает максимальное знакопеременное напряжение с учетом всех возможных пар событий усталости в каждом узле. Затем программа использует правило Майнера и «Нормы и правила ASME на котлы и сосуды, работающие под давлением», чтобы определить множество измененных событий усталости материалов. Различные события нагрузки могут взаимодействовать таким образом, что максимальное положительное пиковое напряжение от одного события в сочетании с минимальным пиковым напряжением от другого события создают знакопеременные напряжения, превышающие любое из событий усталости.

Предположим, что было задано три события усталости материала, которые ссылаются на исследования *A*, *B* и *C*, используя коэффициенты масштабирования *F_a*, *F_b* и *F_c*. Программа вычисляет знакопеременные напряжения и коэффициенты повреждения следующим образом:

- для трех справочных исследований программа вычисляет состояние напряжения в каждом узле, масштабируемое связанными коэффициентами:

$$S_a \times F_a, S_b \times F_b, S_c \times F_c,$$

где *S_a*, *S_b* и *S_c* относятся к значениям составляющих напряжения

$$[SX, SY, SZ, TXY, TXZ, TYZ]$$

в узле для исследований *A*, *B* и *C* соответственно;

- для всех возможных пар комбинаций нагрузок программа отнимает шесть компонентов напряжения одной нагрузки от соответствующего компонента второй нагрузки для получения диапазона напряжения компонента. Для числа нагрузок *n* количество возможных комбинаций нагрузок равно

$$(n \times (n - 1) / 2);$$

- для каждого диапазона напряжений компонента программа рассчитывает знакопеременное напряжение как половину выбранной величины (интенсивность напряжений, критерий Мизеса или максимальное абсолютное главное). Программа создает список знакопеременных напряжений с соответствующими парами нагрузок для всех возможных комбинаций в порядке убывания;
- на основе выбранной кривой усталости (кривая $S-N$) программа проверяет список знакопеременных напряжений от максимальных значений до минимальных;
- программа вычисляет коэффициент частичных повреждений Di для i -го знакопеременного напряжения в данном списке с помощью оценки коэффициента цикла ni/Ni (ni — меньшее количество циклов, оставшихся от других событий; Ni — допустимое количество циклов, интерполированное из расчетной кривой $S-N$ усталости);
- после вычисления коэффициента частичных повреждений (Di) программа обновляет список знакопеременных напряжений, сокращая количество циклов обоих событий на ni . Соответственно одно из событий будет удалено (или оба события, если они имеют одинаковое количество циклов), а другое событие будет иметь меньшее количество циклов ni для последующих расчетов. Удаление события приведет к удалению соответствующей нагрузки. После удаления нагрузки соответствующее знакопеременное напряжение (образованное путем комбинирования данной нагрузки с другими нагрузками) также будет удалено из списка;
- после обновления списка программа проверяет следующее в списке знакопеременное напряжение и вычисляет соответствующий коэффициент частичных повреждений, добавляет данный коэффициент к результирующему и обновляет список. Данная процедура будет применяться для следующего в списке знакопеременного напряжения и продолжится до тех пор, пока все значения напряжения не будут рассмотрены.

Для исследований с событиями усталости, привязанных ко многим исследованиям, программа вычисляет максимальные напряжения на основе параметра **Случайная взаимосвязь**, даже если выбран параметр **Без взаимосвязи**.

Параметр **Случайная взаимосвязь** прогнозирует более высокий коэффициент повреждения, чем последовательное применение детерминированных событий (**Без взаимосвязи**), за исключением того слу-

чая, когда максимумы напряжения различных событий практически совпадают. В таких случаях рекомендуется запускать два исследования усталости: одно исследование без взаимосвязи между событиями и другое исследование со случайными взаимосвязями. Результаты могут показать, что один параметр выдает большие разрушения в некоторых местоположениях, в то время как другой параметр дает большие разрушения в других местоположениях.

Согласно нормам и правилам ASME на котлы и сосуды, работающие под давлением, рекомендуется использовать параметр **Случайная взаимосвязь**.

Пример оценки знакопеременного напряжения для событий усталости постоянной амплитуды со случайной взаимосвязью

В табл. 6 представлены три события усталости со случайной взаимосвязью.

Таблица 6

Пример событий усталости со случайной взаимосвязью

Параметры	Событие 1	Событие 2	Событие 3
Количество циклов	80000	230000	120000
Мин. напряжение	0	–300 МПа	0
Макс. напряжение	500 МПа	0	200 МПа

Последовательность событий, которая приводит к большой вариации напряжения, происходит, если один цикл события 2 выполняется каждый цикл события 1. В этом случае колебание напряжения от 500 МПа (макс. напряжение события 1) до –300 МПа (мин. напряжение события 2) приведет к колебанию напряжения в 800 МПа, знакопеременное напряжение составит 400 МПа и усредненное напряжение – 100 МПа (табл. 7).

Таблица 7

Случайные взаимосвязи в примере событий усталости

Событие	Случайная взаимосвязь
Событие 2 следует за событием 1	80000 циклов со знакопеременным напряжением в 400 МПа и усредненным напряжением в 100 МПа
Событие 3 следует за событием 2	120000 циклов со знакопеременным напряжением в 250 МПа и усредненным напряжением в –50 МПа
Событие 2	30000 циклов со знакопеременным напряжением в 150 МПа и усредненным напряжением в –150 МПа

Окончание табл. 7

Событие	Без взаимосвязи
Событие 1	80000 циклов со знакопеременным напряжением в 250 МПа и усредненным напряжением в 250 МПа
Событие 2	230000 циклов со знакопеременным напряжением в 150 МПа и усредненным напряжением в –150 МПа
Событие 3	120000 циклов со знакопеременным напряжением в 100 МПа и усредненным напряжением в 100 МПа

Поскольку всего доступно 80000 циклов события 1, данная последовательность событий может произойти только 80000 раз. После первой последовательности событий доступно только 150000 (= 230000 – 80000) циклов события 2.

Для следующей последовательности событий предположим, что один цикл события 3 выполняет каждый оставшийся цикл события 2, что приведет к вариации напряжения в 500 МПа (знакопеременное напряжение: –250 МПа и усредненное напряжение: –50 МПа).

Поскольку всего доступно 120000 циклов события 3, вторая последовательность событий может произойти только 120000 раз.

Наконец, остаются 30000 циклов события 2. Это соответствуют знакопеременному напряжению в 150 МПа с усредненным напряжением в –150 МПа.

Метод подсчета числа циклов Rainflow

Метод подсчета числа циклов Rainflow извлекает структуру хронологии нагрузок переменной амплитуды. Программное обеспечение SolidWorks Simulation реализует метод следующим образом:

1. Извлекает максимумы и минимумы из хронологии нагрузок.
2. Делает амплитуды первой и последней точек данных одинаковыми посредством дополнения точек данных, если необходимо.
3. Обнаруживает самый высокий максимум и переупорядочивает данные таким образом, что самый высокий максимум становится первой и последней точками.
4. Запускает подсчет пиков следующим образом (рис. 58):
 - 1) учитывает первые четыре максимума и минимума (1, 2, 3 и 4).

Цикл Rainflow подсчитывается, если второй участок верти-

кально короче, чем первый и третий участки (то есть b меньше a и c);

- 2) если цикл подсчитан, программа начинает с самого начала записи, игнорируя максимумы, которые уже были подсчитаны.

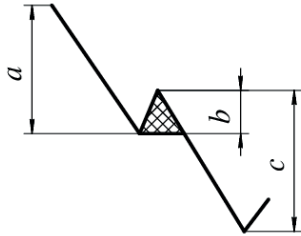


Рис. 58. Расчет числа циклов Rainflow

Если нет подсчитанного максимума, программа проверяет следующую группу максимумов (максимумы 2, 3, 4 и 5) и процесс продолжается. В конце каждый максимум и каждый минимум соответствует циклу Rainflow;

- 3) игнорирует циклы нагружения, которые ниже процента, заданного в свойствах исследования;

- 4) делит диапазоны знакопеременного и среднего напряжений на количество бункеров,

заданных в свойствах исследования. Можно просматривать результаты, просматривая График матрицы полных циклов (rainflow).

Применение метода подсчета числа циклов Rainflow

1. Быстрый подсчет.

Быстрый подсчет используется, когда исследование на усталость принадлежит одному статическому исследованию и имеет только одно событие переменной амплитуды. В этом случае программа извлекает бункеры напрямую из оригинальной записи. Затем она оценивает результирующее разрушение из каждого бункера в каждом узле и рассчитывает накопленное повреждение.

2. Полный анализ.

В случае использования нескольких событий переменной амплитуды программа вычисляет напряжения в каждой точке по прошествии времени для каждой записи переменной амплитуды на каждом узле. В каждом узле программа объединяет напряжения и извлекает бункеры Rainflow, которые затем используются для оценки разрушения.

Полный анализ также используется, когда запись переменной амплитуды ассоциируется с более, чем одним исследованием с различными сдвигами или интервалами.

Эпюры «Срок службы», «Повреждение», «Запас прочности»

После проведения анализа усталости можно создать эпюры срока жизни, повреждений и коэффициента безопасности для модели.

Предположим, что был проведен статический анализ и определено исследование усталости, где статический анализ является единственным событием, которое повторяется N раз. Рассмотрим кривую $S-N$ для материала, как показано на рис. 59.

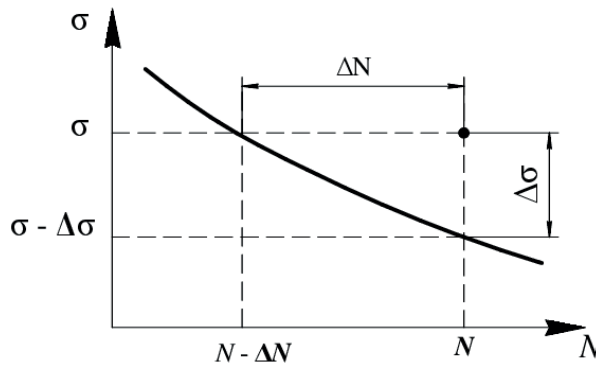


Рис. 59. Кривая $S-N$

На основе коэффициента нагрузки программа определяет скорректированное знакопеременное напряжение из значений напряжений в статическом исследовании для каждого узла.

В графике на рис. 59 точка обозначает знакопеременное напряжение (координата Y) и число циклов, для которых происходит событие (координата X) для одного узла. Один из трех возможных результатов произойдет в каждом узле:

- точка расположена над кривой. Усталостное разрушение прогнозируется в этой области;
- точка расположена под кривой. Усталостное разрушение не происходит в этой области;
- точка расположена вне диапазона кривой $S-N$. Наибольшее скорректированное знакопеременное напряжение в модели должно располагаться в диапазоне напряжения кривой $S-N$. Также число циклов (N) должно располагаться в диапазоне циклов кривой $S-N$. В противном случае вместо точки пересечения программа использует конечную точку кривой $S-N$.

Для упрощения сценарии, в которых определены множественные кривые $S-N$ для материала и несколько событий, не рассматриваются.

В табл. 8 содержится описание эпюр **Срок службы**, **Повреждение** и **Запас прочности**.

Параметры результатов **Менеджера свойств** позволят выполнить настройки параметров вывода результатов исследований усталости.

Таблица 8

Описание эпюр **Срок службы**, **Повреждение**, **Запас прочности**

Эпюры	Описание	Взаимная связь	Заметки
Срок службы	Число циклов, вызывающих сбой в области модели. На графике это пересечение горизонтальной линии σ и $S-N$ кривой	Срок службы = $N - \Delta N$	Эпюра срока службы доступна при определении одного события. Значение срока службы зависит только от значения напряжения в области и кривой $S-N$, не зависит от числа циклов усталости. Если скорректированное знакопеременное напряжение в модели становится меньше уровня напряжения в последней точке кривой $S-N$, программа использует число циклов, определенных для последней точки кривой $S-N$, если вы не определили и не выбрали параметр Неограниченный срок службы в свойствах исследования на усталость, что приведет к тому, что значение Неограниченного срока службы будет использоваться в расчетах Повреждений . Если событие обладает Переменной амплитудой Постоянной амплитуды), результаты срока службы рассчитываются анализом усталости в блоках, а не в циклах, где блоки определяются как история суммарной нагрузки (включая число повторений события в кривой), указанной пользователем

Окончание табл. 8

Эпюры	Описание	Взаимная связь	Заметки
Повреждение	Процент коэффициентов накопленных повреждений или использованный процент срока службы	Повреждение = $=N/(N - \Delta N)$	Значение 1 указывает на то, что определенные события усталости потребили 100 % срока службы модели в определенной области
Запас прочности	Отношение значения напряжения, которое приводит к усталостному разрушению, к напряжению σ	$K = (\sigma - \Delta\sigma)/\sigma$	Эпюра коэффициента безопасности доступна только, если в исследовании усталости определено единичное событие. Коэффициент безопасности = 2,0 в определенной области прогнозирует появление повреждений в этой области при применении нагрузок, умноженных на 2,0

В пункте **Расчеты усталости** можно выбрать один из двух вариантов:

- **Вся модель** — рассчитываются повреждения во всех местоположениях (узлах) модели. В сборке трещины могут появиться внутри модели на поверхности сопряжения двух деталей из разных материалов. В большинстве других случаев трещины появляются на границе модели;
- **Только поверхность** — вычисляются повреждения только на граничных узлах. Использование настоящего параметра сохраняет время, поскольку нужно меньше вычислений. Экономия получается значительной для больших задач со многими усталостными нагрузками переменной амплитуды.

В пункте **Местоположение для матрицы графиков** устанавливаются местоположения (вершины и справочные точки), на которых можно построить **График матрицы полных циклов (rainflow)**.

Эпюра проверки усталости

Если существует риск, что определенные области создаваемой модели выйдут из строя по причине повторяющихся нагрузок и разгрузок, то следует использовать параметр **Эпюра проверки усталости**. Эпюра основывается на событии усталостного напряжения с постоянной амплитудой с полностью реверсивной или нулевой нагрузкой.

Использование данного параметра возможно только при наличии лицензии Simulation Professional или Simulation Premium. Для составных оболочек или балок **Эпюра проверки усталости** не отображается. Для того чтобы воспользоваться параметром **Эпюра проверки усталости** необходимо:

1. Подготовить **Статическое** исследование, задав соответствующий материал, условия контакта, нагрузки и крепления. Допустимые типы сетки: твердая, оболочки и комбинированная сетка с поверхностью и твердыми телами.
2. Запустить статическое исследование; в дереве исследований Simulation, нажать правой кнопкой мыши на **Результаты** и выбрать пункт **Определить эпюру усталости**.
3. В PropertyManager:
 - 1) В окне группы **Тела для проверки** выбрать одно или несколько тел;
 - 2) В окне **Изменяющие коэффициенты** выбрать **Тип нагрузки**;
 - 3) Ввести коэффициент местной концентрации напряжений выбранных тел или выбрать **Указать** для задания коэффициента накопления.

В графической области те части модели, которые не подвержены усталостному разрушению, обозначены синим цветом, а подверженные разрушению — красным цветом.

Можно также изменить предел усталости и повторно запустить модуль эпюры проверки усталости. Во вкладке **Материал** следует ввести коэффициент от 1 до 5, чтобы увеличить его или коэффициент запаса прочности от 1 до 5 для его уменьшения. Для того чтобы обновить эпюру проверки усталости следует щелкнуть мышью по графической области.

Изменяющие коэффициенты

Применение изменяющих коэффициентов позволяет корректировать **Коэффициент местной концентрации напряжений FS (компонент)** выбранных тел в их рабочем состоянии (табл. 9):

$$FS_{(\text{компонент})} = FS_{(\text{материал})} \times K_{(\text{нагрузка})} \times K_{(\text{размер})}.$$

Коэффициент местной концентрации напряжений для материала, $FS_{(\text{материал})}$, равен половине предела прочности материала.

Таблица 9

Параметры Simulation для задания изменяющих коэффициентов

Тип нагрузки		Применить усталость нулевой нагрузки для определения среднего и знакопеременного напряжений. Среднее напряжение = Знакопеременное напряжение = $= \frac{1}{2} \times \text{макс} [P_1 \text{ или } (P_1 - P_3)/2]$
		Применить полностью реверсивное усталостное напряжение для определения среднего и знакопеременного напряжений. Среднее напряжение = 0. Знакопеременное напряжение = $= \text{макс} [P_1 \text{ или } (P_1 - P_3)/2]$, где P_1, P_2, P_3 — первое, второе и третье главное напряжение соответственно
Вычислить		Определить коэффициенты местной концентрации напряжений
Коэффициент влияния обработки поверхности		Определить поправочный коэффициент шероховатости поверхности. Поправочный коэффициент шероховатости поверхности позволяет оценить коэффициент местной концентрации напряжений детали, когда она находится в рабочем состоянии. Выберите соответствующий тип поверхности из списка или выберите пункт Другое для ввода пользовательского значения. Значение необходимо ввести в диапазоне от 0,1 до 1
Коэффициент нагрузки		Определить поправочный коэффициент нагрузки. Пределы выносливости обычно определяются с использованием тестовых образцов при приложении изгиба. Образец с приложенной деформацией имеет более низкий предел выносливости. Выберите соответствующий тип нагрузки из списка или выберите пункт Другое для ввода пользовательского значения. Значение необходимо ввести в диапазоне от 0,1 до 1
Коэффициент размера		Определить поправочный коэффициент размера. На основании экспериментальных результатов можно сделать вывод, что детали большего размера имеют более низкий предел выносливости чем меньшие детали. Значение необходимо ввести в диапазоне от 0,1 до 1
Указать		Задать коэффициент накопления местной концентрации напряжения, который вычисляется следующим образом: Коэффициент шероховатости поверхности \times Коэффициент нагрузки \times Коэффициент размера. Значение необходимо ввести в диапазоне от 0,001 до 1

Материал

При выделении отдельного тела появляется описание материала и коэффициент местной концентрации напряжений. Выполняются расчеты для эпюры проверки усталости, и появляется уведомление подвержена ли модель усталостному нагружению.

Зеленый значок обозначает, что модель безопасна и не разрушится при приложении многократных нагрузок. Все выделенные тела в графической области имеют синий цвет.

Красный значок предупреждает, что модель может быть повреждена при приложении многократных нагрузок. Области модели, которые подвержены усталостному разрушению, обозначены красным цветом.

В программе предусмотрена возможность откорректировать $K_{\text{кн}}$ при помощи следующих параметров:

- **Масштабировать все силы усталости** ($K_{\text{(масштаб)}}$) — позволяет умножить коэффициент концентрации напряжений выбранных компонентов на заданное значение. Значение необходимо ввести в диапазоне от 1 до 100;
- **Минимальный запас прочности** ($K_{\text{(запас прочности)}}$) — позволяет разделить коэффициент концентрации напряжений выбранных компонентов на заданное значение. Значение необходимо ввести в диапазоне от 1 до 10.

Измененный коэффициент концентрации напряжений $K_{\text{кн}}$ рассчиты-

вается следующим образом:

$$K_{\text{кн}} = FS_{\text{(компонент)}} \times K_{\text{(масштаб)}} / K_{\text{(запас прочности)}}.$$

При вводе значения масштаба или запаса прочности большее 1 и нажатии на графическую область производится расчет эпюры проверки усталости и в графической области обновляется цвет выбранного компонента.



Рис. 60. Диаграмма проверки усталости:

$FS_{(m)}$ — коэффициент местной концентрации напряжений модифицированного материала; 1 — нулевая нагрузка; 2 — полностью реверсивное напряжение; S_y — предел текучести материала; S_t — предел прочности на разрыв материала

Эпюра проверки усталости — вычисления

По диаграмме, представленной на рис. 60, определяются две области эпюры проверки усталости. Для каждого узла программа вычисляет знакопере-

менное и среднее напряжения на основе определенного типа события усталости.

Для события усталости нулевой нагрузки все точки расположены на оси 1 с координатами:

$$\begin{aligned} \text{среднее напряжение} &= \text{переменное напряжение} = \\ &= \frac{1}{2} \max [P_1 \text{ или } (P_1 - P_3)/2], \end{aligned}$$

где P_1, P_2, P_3 — первое, второе и третье главное напряжение соответственно.

Области модели с соответствующими точками, обозначенными треугольниками, в заштрихованной области диаграммы в эпюре проверки усталости свободны от усталостного нагружения. Области модели с точками, обозначенными квадратами, лежащими за пределами заштрихованной области диаграммы в эпюре проверки усталости подвержены усталостному нагружению.

Для полностью реверсивного события усталостного напряжения все точки расположены на вертикальной оси (среднее напряжение = 0) при знакопеременном напряжении = $\max [P_1 \text{ или } (P_1 - P_3)/2]$.

Области модели со знакопеременным напряжением меньшим, чем области сопротивления усталости $FS_{(m)}$, в эпюре проверки усталости свободны от усталостного нагружения. Области модели со знакопеременным напряжением большим, чем $FS_{(m)}$, подвержены усталостному нагружению.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Дополните предложения, выбрав правильные ответы из предложенных.
 - 1.1. При проведении исследования усталости в SolidWorks Simulation способность материала сопротивляться усталостному разрушению задают:
 - а) коэффициентом Пуассона;
 - б) кривой нормального распределения;
 - в) кривой $S-N$;
 - г) коэффициентом запаса прочности.
 - 1.2. Усталостная прочность — это:
 - а) наибольшее знакопеременное напряжение, которое не приведет к усталостному разрушению изделия;

- б) напряжение, при котором происходит разрушение изделия;
- в) напряжение, при котором усталостное разрушение происходит при заданном количестве циклов.

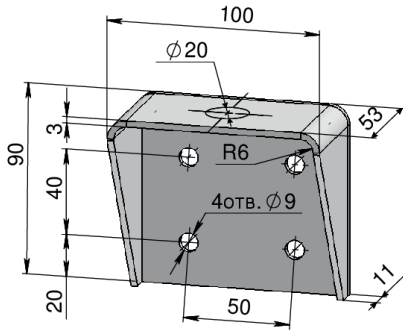


Рис. 61. К заданию для самостоятельной работы. Расчет усталостной прочности кронштейна

2. Выполнить анализ усталости кронштейна (рис. 61) при условии, что кронштейн крепится к вертикальной поверхности 4 болтами. На верхнюю полку кронштейна в области, показанной на рис. 61 эскизом окружности диаметром 20 мм, действует знакопеременная нагрузка (вверх и вниз — 500 н). Кронштейн выполнен из стального листа Ст3, толщиной 3 мм. Построить эпюры повреждений и срока службы, график $S-N$.

Линейный динамический анализ

В статических исследованиях предполагается, что нагрузки являются постоянными или прикладываются очень медленно и постепенно до достижения полных величин. Вследствие пренебрежимо малых ускорений и скоростей такое допущение позволяет пренебречь инерционными силами и силами демпфирования.

Во многих практических случаях нагрузки не прикладываются медленно, кроме того, величина и частота нагрузок могут меняться со временем. В таких случаях используется динамическое исследование. В общем, если частота нагрузки больше $1/3$ самой низкой (основной) частоты, следует использовать динамическое исследование.

Линейные динамические исследования базируются на частотных исследованиях. Программное обеспечение рассчитывает реакцию модели посредством сложения влияний каждой моды на область нагрузки. В большинстве случаев только нижние моды вносят значительный вклад в реакцию. Влияние моды зависит от частотного спектра нагрузки, величины, направления, продолжительности и местоположения.

Цели динамического анализа

Цели динамического анализа включают:

- Проектирование конструкций для работы без разрушения в динамических средах.
- Модификация характеристик конструкции (то есть, формы, механизмов демпфирования, свойств материала и т. п.), чтобы уменьшить влияние вибрации.

Уравнения движения

1. Системы с одной степенью свободы.

Рассмотрим простую упругую систему с массами (рис. 62). Масса m подвергнута воздействию силы $F(t)$ в направлении u в качестве функции времени. Масса может перемещаться только в направлении u и, следовательно, является системой с одной степенью свободы. Движению сопротивляется пружина жесткостью k .

Записывая второй закон Ньютона (сила равна массе умноженной на ускорение) для этой системы во время t , получаем

$$F(t) - ku(t) = m\ddot{u}(t)$$

или

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = F(t),$$

где $\ddot{u}(t)$ — ускорение массы во время t , которое равно второй производной u относительно времени; k — жесткость пружины.

Теоретически, если масса смещена и освобождена, она будет продолжать колебаться с одинаковой амплитудой нескончаемо долгий период времени. На практике масса вибрирует с постепенно уменьшающейся амплитудой до тех пор, пока не придет в состояние покоя (рис. 63). Настоящее явление на-

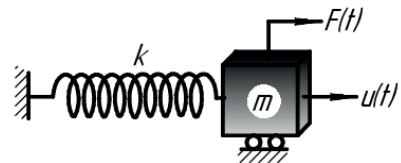


Рис. 62. Простая упругая система с массами

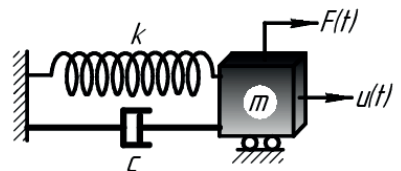


Рис. 63. Упругая система с учетом демпфирования

зывается демпфированием и оно вызывается потерей энергии посредством трения и других влияний. Демпфирование является сложным явлением. Предполагается, что демпфирующая сила пропорциональна скорости. Такой вид демпфирования называется *вязкостное демпфирование*.

С учетом демпфирования вышеприведенное уравнение имеет вид

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = F(t),$$

где $\dot{u}(t)$ — скорость массы во время t , которая равна первой производной u относительно времени.

В статических исследованиях скорость и ускорение так малы, что ими можно пренебречь, а F и u не являются функциями времени. Вышеприведенное уравнение уменьшается до

$$F = ku.$$

2. Системы со многими степенями свободы. Для них m , c и k становятся матрицами, а не одиночными значениями и уравнения движения выражены как

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{u}(t)\} + [\mathbf{C}]\{\dot{u}(t)\} + [\mathbf{K}]\{u(t)\} = \{f(t)\},$$

где $[\mathbf{M}]$ — матрица масс; $[\mathbf{K}]$ — матрица жесткости; $[\mathbf{C}]$ — матрица демпфирования; $\{\ddot{u}(t)\}$ — вектор перемещения во время t (составляющие перемещения каждого узла); $\{\dot{u}(t)\}$ — вектор ускорения во время t (ускорение компонентов каждого узла); $\{u(t)\}$ — вектор скорости во время t (скорость компонентов каждого узла); $\{f(t)\}$ — изменяющийся во времени вектор нагрузки (сила компонентов каждого узла).

Линейный динамический анализ в сравнении с линейным статическим

В **линейном статическом анализе** нагрузки прикладываются постепенно и медленно до тех пор, пока они не достигают полной величины. После достижения полной величины нагрузки остаются постоянными (не зависящими от времени). Ускорениями и скоростями возбуж-

денной системы пренебрегают, следовательно, в постановке задачи не учитываются инерционные силы и силы демпфирования:

$$[\mathbf{K}]\{u\} = \{f\},$$

где $[\mathbf{K}]$ — матрица жесткости; $\{u\}$ — вектор перемещения; $\{f\}$ — вектор нагрузки.

Решение дает перемещения, напряжения, которые являются постоянными.

В линейном динамическом анализе приложенные нагрузки зависят от времени. Ускорения и скорости возбужденной системы являются значительными, поэтому в постановке задачи следует учитывать инерционные силы и силы демпфирования:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{u}(t)\} + [\mathbf{C}]\{\dot{u}(t)\} + [\mathbf{K}]\{u(t)\} = \{f(t)\},$$

где $[\mathbf{M}]$ — матрица масс; $[\mathbf{K}]$ — матрица жесткости; $[\mathbf{C}]$ — матрица демпфирования; $\{\ddot{u}(t)\}$ — изменяющийся во времени вектор перемещения; $\{\dot{u}(t)\}$ — изменяющийся во времени вектор ускорения; $\{u(t)\}$ — изменяющийся во времени вектор скорости; $\{f(t)\}$ — изменяющийся во времени вектор нагрузки.

Реакция системы определяется в единицах временных зависимостей (амплитуды относительно времени) или в единицах частотных спектров (максимальные значения относительно частоты).

В линейном динамическом анализе матрицы масс, жесткости и демпфирования не изменяются со временем.

Свойства материала, как и в рассмотренном выше линейном статическом анализе, считаются линейными, т. е. все материалы в модели соответствуют закону Гука, в соответствии с которым напряжение прямо пропорционально деформации.

Динамические нагрузки могут быть:

- *Детерминированные*, которые хорошо определены в качестве функции времени и могут быть точно прогнозируемы;
- *Недетерминированные*, которые могут быть гармоническими, периодическими или непериодическими.

Если нагрузки детерминированные, результаты также являются детерминированными.

Недетерминированные нагрузки не могут быть хорошо определены в виде явной функции времени и они лучше всего описаны статистическими параметрами. Если нагрузки недетерминированные, результаты также являются недетерминированными.

На рис. 64 показаны типичные динамические нагрузки.

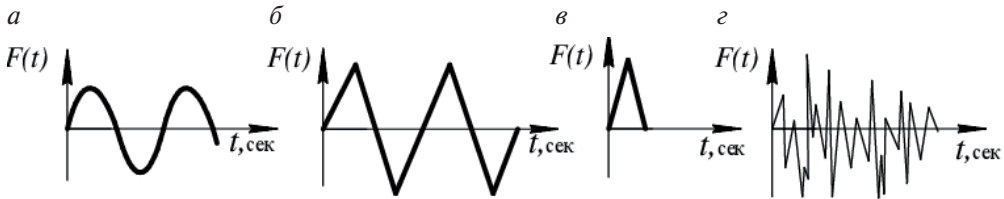


Рис. 64. Типичные динамические нагрузки:

a — гармоническая; *б* — периодическая; *в* — ударная;
г — динамическая

Для различных нагрузок SolidWorks Simulation предлагает три типа линейных динамических исследований:

- модальный анализ временной диаграммы;
- гармонический анализ;
- анализ случайного колебания.

В рассмотренном выше частотном анализе вычисляются только резонансные частоты и соответствующие формы колебаний.

Линейные динамические исследования используют информацию частотного анализа для вычисления динамической реакции проектируемой конструкции на динамические среды.

В целом, точность решения в исследовании линейного динамического анализа зависит от следующих компонентов:

- правильного задания нагрузок и ограничений;
- количества нормальных мод, рассматриваемых в решении. Самая высокая частота, используемая в анализе, должна быть больше, чем наибольшая частота нагрузки. Можно оценить сходимость посредством увеличения количества мод и сравнения результатов;
- шага решения. Для модальной временной диаграммы шаг должен быть частью периода максимальной частоты нагрузки, используемой в анализе;
- прочие параметры решения зависят от типа анализа.

Как правило, количество рассматриваемых мод выбирается из соображений, что их вклад в общий коэффициент массового участия должен быть не менее 80% от массы системы в направлении возбуждения. В частных случаях может потребоваться больше или меньше мод.

При исследовании случайных колебаний, в дополнение к рекомендации 80% коэффициента массового участия, диапазон собственных частот, учитываемых в решении, должен охватывать спектр частот возбуждения.

Линейный динамический анализ в сравнении с нелинейным динамическим

Система считается **линейной**, если ее отклик на сумму воздействий равен сумме откликов на каждое воздействие.

В линейных системах выполняется принцип суперпозиции, согласно которому результирующий эффект воздействий нескольких процессов, например колебательных, равен сумме эффектов, вызываемых воздействием каждого процесса в отдельности при условии, что они не влияют друг на друга.

Необходимые условия линейности:

- *гомогенность* — при изменении амплитуды входного сигнала в k раз также в k раз изменяется и амплитуда выходного сигнала;
- *аддитивность* — при суммировании входных сигналов результирующий сигнал на выходе будет равен сумме реакций от исходных сигналов;
- *инвариантность* — когда смещение входного сигнала во времени вызывает аналогичное смещение выходного сигнала;
- статическая линейность — когда основные законы в системе описываются линейными уравнениями;
- *гармоническая верность* — если на вход системы подать синусоидальный сигнал, то на выходе будет сигнал той же частоты.

Свойства линейных систем:

- порядок установки линейных систем не влияет на результирующий сигнал;
- любая сложная система будет линейна, если составлена из линейных систем и блоков суммирования;
- перемножение сигнала на константу является линейной операцией, а перемножение двух сигналов — нелинейной.

Нелинейными называют динамические системы, описываемые нелинейными дифференциальными уравнениями. Отказ от учета нелинейных свойств нелинейной системы приводит к значительному искажению результатов ее анализа.

Нелинейные системы, в отличие от линейных систем, не обладают свойствами суперпозиции.

Для нелинейных систем используются нелинейные динамические исследования.

Нелинейные динамические исследования решают задачу определения динамической реакции в качестве функции времени и не требуют вычисления форм колебаний и частот.

При выполнении линейных динамических исследований эффект нагрузок на частотах и формах режима не учитывается, поскольку их расчет основан на состоянии модели без напряжения.

Нелинейные динамические исследования рекомендуется проводить вместо расчета любых возможных напряженно-жестких или напряженно-мягких эффектов, которые могут изменить модальные характеристики модели.

Воздействие изменяющихся во времени нагрузок при частотах менее $1/3$ самой низкой резонансной частоты модели в большинстве случаев может быть аппроксимировано статическим анализом.

Демпфирующие эффекты

Демпфированием называется процесс подавления колебаний в динамической системе путем рассеяния энергии колебаний. Существуют разные механизмы подавления колебаний, такие как рассеяние энергии за счет вязкостного трения, сопротивления воздуха, использования дополнительных колебательных контуров в механических системах и др.

Влияние демпфирования обычно представляется идеализированными математическими формулами. Во многих случаях оно в достаточной степени описывается эквивалентными вязкими демпферами.

Вязкий демпфер (или амортизатор) создает силу, пропорциональную скорости. Примером вязкого демпфера является поршень, который может свободно перемещаться внутри цилиндра, заполненного вязкой жидкостью, подобной маслу (рис. 65). Демпфирующая сила F_d

принимается линейной по отношению к относительной скорости на двух концах демпфера:

$$F_d = c_d(\dot{u}_2 - \dot{u}_1).$$

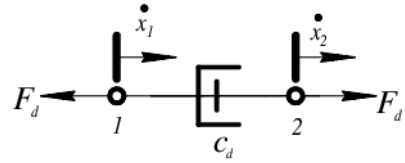


Рис. 65. Пример вязкого демпфера

Константа c_d , которая определяет наклон кривой F_d по отношению к относительной скорости, называется *коэффициентом вязкостного демпфирования* (рис. 66):

Единицы измерения коэффициента вязкостного демпфирования — (сила)/(скорость) или (сила × время)/(длина).

Реакция обычной системы с вязким демпфированием с n степенями свободы выражается следующим уравнением:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{u}(t)\} + [\mathbf{C}]\{\dot{u}(t)\} + [\mathbf{K}]\{u(t)\} = \{f(t)\},$$

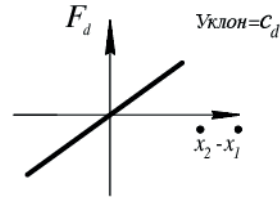


Рис. 66. Кривая силы F_d по отношению к относительной скорости

где $[\mathbf{M}]$ — $n \times n$ — симметричная матрица масс; $[\mathbf{K}]$ — $n \times n$ — симметричная матрица жесткости; $[\mathbf{C}]$ — $n \times n$ — симметричная матрица демпфирования; $\{f(t)\}$ — n -мерный вектор внешних сил, воздействующих на систему; u , \dot{u} , \ddot{u} — n -мерные векторы перемещения, скорости и ускорения соответственно.

В общем случае классический модальный анализ не обязательно приводит к системе независимых уравнений движения, кроме случаев, когда матрица демпфирования $[\mathbf{C}]$, получившаяся в результате модального преобразования координат, может рассматриваться в качестве диагональной матрицы

$$[\Phi]^T [\mathbf{C}] [\Phi] = [\mathbf{c}].$$

В SolidWorks Simulation поддерживаются следующие типы демпфирования:

- модальное демпфирование;
- демпфирование по Релею;

- составное модальное демпфирование;
- сосредоточенные демпферы (соединитель пружина-демпфер), соединяющие пружиной две любые вершины или справочные точки модели, которые также могут действовать в качестве демпфера.

Модальное демпфирование

Модальное демпфирование предполагает задание коэффициентов критического демпфирования $c_{\text{крит}}$ для каждой собственной моды. Коэффициент критического демпфирования $c_{\text{крит}}$ — это есть наименьшая величина демпфирования, которое побуждает систему вернуться в ее положение равновесия без колебаний.

Коэффициенты модального демпфирования определяются экспериментально или на основе опыта. Значения коэффициентов находятся в диапазоне от 0,01 для слабодемпфированных систем до 0,15 или более для сильнотемпфированных систем. При отсутствии экспериментальных данных для определения демпфирующих свойств можно использовать данные систем подобного класса. Меньшие коэффициенты являются занижающими, более высокие коэффициенты уменьшают амплитуды вибрации. В целом, пренебрежение демпфированием приводит к заниженной оценке реакции системы.

Демпфирование по Релею

Матрица коэффициентов вязкого демпфирования в модели Релея описывается в виде линейной комбинации матрицы масс и матрицы жесткости системы:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K],$$

где C — $n \times n$ симметричная матрица демпфирования; M — матрица масс; K — матрица жесткости; α — коэффициент пропорциональности массы; β — коэффициент пропорциональности жесткости.

После применения ряда преобразований матрица демпфирования сводится к форме

$$2\zeta_i\omega_i = \alpha + \beta\omega_i^2,$$

где ζ_i — коэффициент вязкостного демпфирования для i -й моды; ω_i — собственная частота.

Разделив полученное уравнение на ω_i , получим

$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2}.$$

Из полученного уравнения видно, что коэффициент вязкостного демпфирования пропорционален частоте системы.

На рис. 67 приведен график изменения коэффициента вязкостного демпфирования ζ в зависимости от частоты.

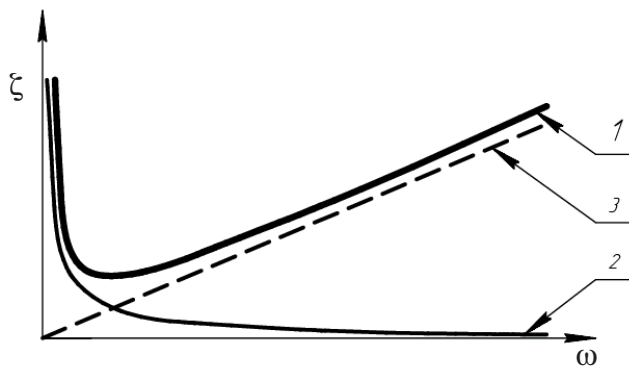


Рис. 67. График зависимости коэффициента вязкостного демпфирования ζ от частоты ω :

$$1 - \alpha/(2\omega_i) + \beta\omega_i/2; 2 - \alpha/(2\omega_i); 3 - \beta\omega_i/2$$

Из рис. 67 видно, что при низких частотах наблюдается нелинейная зависимость демпфирования от частоты, а при высоких частотах — зависимость практически линейная. Поэтому для жестких конструкций с большими низшими частотами можно считать, что коэффициент демпфирования каждой моды линейно зависит от частоты системы.

Для системы, которая имеет большое количество степеней свободы, только первые несколько частот соответствуют значительному динамическому влиянию.

Демпфирование по Релею можно использовать для линейных и нелинейных динамических исследований.

Сравнение коэффициентов Релея и модального демпфирования

Если коэффициенты демпфирования для i -й и j -й мод задаются ζ_i и ζ_j , то коэффициенты по Релею α и β рассчитываются с помощью решений алгебраических уравнений:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{Bmatrix}.$$

Если обе моды имеют одинаковый коэффициент демпфирования ($\zeta_i = \zeta_j = \zeta$), то значения α и β получаются из следующих выражений:

$$\alpha = \zeta \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j}; \quad \beta = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j}.$$

Составное модальное демпфирование

Составное модальное демпфирование позволяет определять демпфирование в качестве свойства материала. Коэффициент демпфирования материала **MDAMP** определен на вкладке **Свойства** в диалоговом окне **Материал**. Программа использует указанное свойство для вычисления эквивалентного коэффициента модального демпфирования для каждой моды.

Составное модальное демпфирование определено в исчислении эквивалентных коэффициентов модального демпфирования как

$$\beta_j = \{\varphi\}_j^T [\mathbf{M}] \{\varphi\}_j,$$

где β_j — эквивалентный коэффициент модального демпфирования j -й моды; $\{\varphi\}_j^T$ — j -й нормализованный модальный собственный вектор; $[\mathbf{M}]$ — модифицированная глобальная матрица масс, построенная из произведений коэффициентов демпфирования элементов и их матрицы масс.

При указании коэффициента демпфирования материала **MDAMP m** для всех материалов модели эквивалентный коэффициент модального демпфирования будет **m** для всех мод.

Модальный анализ временной диаграммы

Модальный анализ временной диаграммы используется при расчете реакций механических конструкций в качестве функции времени, при этом изменение характеристик каждой нагрузки во времени известно.

Типовые нагрузки включают:

- ударные (или импульсные) нагрузки;
- общие изменяющиеся во времени нагрузки (периодические или непериодические);
- движение однородного основания (перемещение, скорость или ускорение, приложенные ко всем опорам);
- движения опор (перемещение, скорость или ускорение приложены к выбранным опорам неравномерно);
- исходные условия (ограниченные перемещение, скорость или ускорение приложены к детали или ко всей модели во время $t = 0$).

Решение уравнений движения систем со многими степенями свободы осуществляется методами модального анализа. После запуска исследования можно просматривать перемещения, напряжения, нагрузки, силы реакции и т. п. на различных временных шагах или можно построить график результатов в заданных местоположениях относительно времени. Если в параметрах результатов не заданы местоположения, то сохраняются результаты на всех узлах. Повысить точность решения можно путем уменьшения временного шага.

В модальном анализе временной диаграммы доступны все перечисленные выше виды демпфирования.

Система уравнений движения линейной системы с n степенями свободы, возбужденной изменяющейся во времени силой, определяется следующим выражением:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{u}(t)\} + [\mathbf{C}]\{\dot{u}(t)\} + [\mathbf{K}]\{u(t)\} = \{f(t)\}, \quad (1)$$

где $[\mathbf{M}]$ — $n \times n$ — симметричная матрица масс; $[\mathbf{K}]$ — $n \times n$ — симметричная матрица жесткости; $[\mathbf{C}]$ — $n \times n$ — симметричная матрица демпфирования; $\{f(t)\}$ — n -мерный вектор силы; u , \dot{u} , \ddot{u} — n -мерные векторы перемещения, скорости и ускорения соответственно.

Данное выражение является системой n обычных совместных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Уравнения движения связывают матрицы массы, жесткости и демпфи-

рования. Связь зависит от системы координат, используемой для математического описания уравнения движения.

Основной идеей модального анализа (исследование методом разложения по собственным формам колебаний) является преобразование связанной указанным выше уравнением системы в ряд независимых уравнений, используя модальную матрицу $[\Phi]$ в качестве матрицы преобразования. Матрица $[\Phi]$ содержит нормальные моды $\{\phi\}_i$ для $i = 1, \dots, n$, расположенные следующим образом:

$$[\Phi] = [\{\phi\}_1 \ \{\phi\}_2 \ \dots \ \{\phi\}_n]. \quad (2)$$

Нормальные моды и собственные значения системы получаются из решения задачи о собственных значениях:

$$[\mathbf{K}][\Phi] = [\mathbf{M}][\Phi][\omega^2], \quad (3)$$

где $[\omega^2]$ является диагональной матрицей собственных частот в квадрате.

Для линейных систем система n уравнений движения может разделяться на n уравнений с одной степенью свободы в исчислении модального вектора перемещения $\{x\}$:

$$\{u\} = [\Phi]\{x\}. \quad (4)$$

Умножив вектор $\{u\}$ на $[\Phi]^T$ и подставив его в уравнение (1), получим

$$[\Phi]^T [\mathbf{M}][\Phi]\{\ddot{x}\} + [\Phi]^T [\mathbf{C}][\Phi]\{\dot{x}\} + [\Phi]^T [\mathbf{K}][\Phi]\{x\} = [\Phi]^T \{f(t)\}. \quad (5)$$

Нормальные моды удовлетворяют свойству ортогональности, а модальная матрица $[\Phi]$ является нормализованной, чтобы удовлетворять следующим уравнениям:

$$[\Phi]^T [\mathbf{M}][\Phi] = [1]. \quad (6)$$

$$[\Phi]^T [\mathbf{C}][\Phi] = 2[\zeta][\omega]. \quad (7)$$

$$[\Phi]^T [\mathbf{K}][\Phi] = [\omega^2]. \quad (8)$$

При подстановке уравнений (6)–(8) в уравнение (5) получаем систему n независимых дифференциальных уравнений второго порядка

$$\ddot{x}_i + 2\zeta\omega\dot{x}_i + \omega^2 x_i = \{\phi\}_i^T \{f(t)\} \quad (9)$$

для $i = 1, \dots, n$.

Уравнение (9) в SolidWorks Simulation решается с использованием пошаговых методов интегрирования, таких как Wilson-Theta и Newmark.

Интегрирование выполняется во временной области, где используются результаты последнего шага для прогнозирования следующего шага.

Вектор перемещения системы (u) получается из уравнения (4).

При использовании метода временных шагов Newmark для линейного изменения ускорения между временными шагами следует выбрать первый параметр интегрирования $\alpha = 0,5$, второй параметр интегрирования $\beta = 1/6$. Для постоянного ускорения между временными шагами надо принять $\alpha = 0,5$ и $\beta = 0,25$.

При использовании метода интегрирования Wilson-Theta значение **theta** управляет численной устойчивостью. Для $\theta = 1$ постановка решения задачи подобна методу линейного ускорения Newmark. Для значения $\theta \geq 1,37$ метод Wilson является безусловно устойчивым.

Гармонический анализ

Гармонический анализ применяется для вычисления максимальной реакции в установившемся состоянии, вызванной гармоническими нагрузками или возбуждениями основания.

Гармоническая нагрузка F выражена в виде

$$F = A \sin(\omega t + \varphi),$$

где A — амплитуда, ω — частота, t — время, φ — фазовый угол.

Примеры гармонических нагрузок различных частот ω во времени приведены на рис. 68.

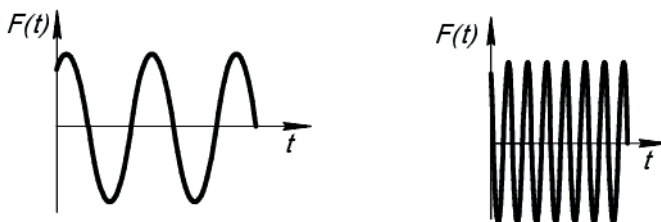


Рис. 68. Примеры гармонических нагрузок различных частот ω

В отличие от исследования «Модальная временная диаграмма», позволяющего получить реакции в качестве функции времени в переход-

ном процессе, гармонический анализ оценивает только максимальную реакцию системы в установившемся состоянии на гармонические нагрузки при заданных рабочих частотах.

Например, электродвигатель, установленный на раме, вращаясь, вызывает неуровновешенную нагрузку на несущую конструкцию. Выполнение гармонического исследования позволяет определить максимальную амплитуду, напряжение в установившемся состоянии для диапазона рабочих частот электродвигателя.

После запуска исследования можно просматривать максимальные напряжения, перемещения, ускорения и скорости, а также фазовые углы в диапазоне рабочих частот.

Процедура гармонического анализа заключается в следующем: на каждом шаге решения все приложенные нагрузки и возбуждения основания имеют одинаковую частоту. Величины определены соответствующими кривыми частот.

Допустим, что гармонический узловый вектор силы $\{P\}$ определен как

$$P_k = \text{Real} \left[F_k e^{i(\omega t + \gamma_k)} \right], \quad (1)$$

$$P_k = F_k \cos(\omega t + \gamma_k), \quad (2)$$

где P_k — величина силы в направлении k -й степени свободы; ω — частота возбуждения; γ_k — фазовый угол силы.

Для линейных систем уравнения движения системы разделяются на n модальных уравнений

$$\ddot{x}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{x}_n + \omega_n^2 x_n = \{\varphi\}_n^T \{P\} = r_n. \quad (3)$$

Подстановка вектора силы $\{P\}$ в уравнение (3) имеет вид

$$\begin{aligned} & \text{Real} \left[\ddot{x}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{x}_n + \omega_n^2 x_n \right] = \\ & = \text{Real} \left[\sum_{k=1}^{nq} \varphi_{kn} \left(F_k e^{i(\omega t + \gamma_k)} \right) \right] = \text{Real} \left[(A_n + iB_n) e^{i\omega t} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} A_n &= \sum_{k=1}^{neq} \varphi_{kn} F_k \cos \gamma_k, \\ B_n &= \sum_{k=1}^{neq} \varphi_{kn} F_k \sin \gamma_k. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение в установившемся состоянии уравнения (4) дает

$$\text{Real}[x_n] = \text{Real}\left[H_n(i\omega)r_n\right] = \text{Real}\left[\frac{(A_n + iB_n)e^{i\omega t}}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 2i\zeta_n\omega\omega_n}\right]. \quad (6)$$

Вещественная часть уравнения (6) равна

$$x_n = C_n \cos \omega t + S_n \sin \omega t, \quad (7)$$

где

$$C_n = \left[\frac{\left(A_n \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right] + B_n \left[2\zeta_n \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right) \right] \right)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_n \omega_n \omega)^2} \right], \quad (8)$$

$$S_n = \left[\frac{\left(A_n \left[2\zeta_n \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right) \right] - B_n \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right] \right)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_n \omega_n \omega)^2} \right] \quad (9)$$

Вектор перемещения \mathbf{u} выражается как

$$\{\mathbf{u}\} = [\Phi] \{x\}. \quad (10)$$

$$\{u\} = [\Phi] [C_n] \cos(\omega t) + [\Phi] [S_n] \sin(\omega t) = [u_c] \cos(\omega t) + [u_s] \sin(\omega t). \quad (11)$$

Величина перемещения u_k и соответствующий фазовый угол θ_k для k -й степени свободы определяются по формулам

$$u_k = (u_{ck}^2 + u_{sk}^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (12)$$

$$\theta_k = \tan^{-1} \left(\frac{u_{sk}}{u_{ck}} \right).$$

Частотные характеристики скорости и ускорения получены из производных уравнения (11). Их амплитуды:

$$\begin{aligned}\dot{u} &= \omega u_k, \\ \ddot{u}_k &= \omega^2 u_k.\end{aligned}\tag{13}$$

Фазовые углы скоростей и ускорений сдвинуты по фазе на 90° и 180° относительно фазовых углов перемещения.

При выполнении гармонического анализа в SolidWorks Simulation предлагается указать значения следующих параметров:

- **Единицы измерения** — Цикл/сек (Гц) или радианы/сек;
- **Нижний предел** — нижняя частота, на которой будет оценена реакция (частотная характеристика);
- **Верхний предел** — верхняя частота, на которой будет оценена реакция (частотная характеристика).

Количество собственных частот, используемых в гармоническом анализе, задается на вкладке **Параметры частоты**. При этом указанные собственные частоты должны покрывать диапазон частот, заданный параметрами **Нижний предел** и **Верхний предел**.

Можно при необходимости задать дополнительные параметры:

- **Кол-во точек для каждой частоты** — максимальное количество частотных точек, в которых реакция будет оценена для каждой моды. Предел общего количества шагов решения равен 15000;
- **Ширина полосы для каждой частоты** — коэффициент R , который устанавливает диапазон частотных точек решения вокруг каждой частоты собственных колебаний, рассматриваемой в анализе. Например: полный диапазон $B_i (R=1)$ для моды i простирается от $(F_i - F_{i-1})/2$ до $(F_{i+1} - F_i)/2$, как показано на рис. 68.

Решение частотной точки используется на каждой частоте собственных колебаний, рассматриваемой в анализе. Если две последовательные моды находятся слишком близко друг друга, программное обеспечение использует меньшее количество точек, чем **Кол-во точек для каждой частоты**.

Для первой моды F_{i-1} считается 0. Для последней моды ширина полосы частот считается симметричной относительно частоты собственных колебаний.

Если верхняя предельная частота, заданная на вкладке **Гармонические параметры**, намного больше самой высокой частоты собственных колебаний, рассматриваемой в анализе, то используется ввод **Кол-во точек для каждой частоты** для определения частотных точек в этом диапазоне;

- **Интерполяция:**

- **Логарифмическая** — частотные точки решения (звездочки на рис. 69) сгруппированы около каждой частоты собственных колебаний логарифмически, чтобы точно измерять частотную характеристику около частоты собственных колебаний;
- **Линейная** — частотные точки решения (кружочки на рис. 69) равномерно распределены по ширине полосы частот.

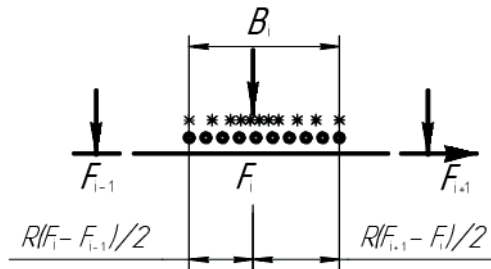


Рис. 69. Диапазон частотных точек решения вокруг каждой частоты собственных колебаний:

звездочки — при логарифмической интерполяции; кружочки — при линейной интерполяции

Анализ случайного колебания

Анализ случайного колебания позволяет определить реакцию системы, вызванную недетерминированными нагрузками.

Примеры недетерминированных нагрузок:

- нагрузки на колесе автомобиля, движущегося по неровной дороге;
- ускорения основания, создаваемые землетрясениями;
- давление, вызываемое турбулентностью воздуха;
- давление от морских волн или сильного ветра.

В исследовании случайных колебаний нагрузки описаны статистически функциями удельной мощности спектра. Пример кривой показан на рис. 70.

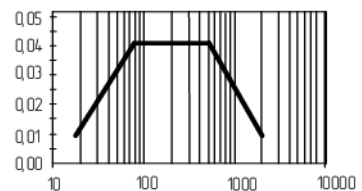


Рис. 70. График кривой удельной мощности спектра: по оси x — частота Гц; по оси y — амплитуда²/частота

По оси x указывается частота Гц; единицы оси y — единицы измерения отношения нагрузки в квадрате к частоте Гц, например, для давления — $(\text{н/м}^2)^2/\text{Гц}$.

Удельная мощность спектра показывает, как распределяется энергия случайного процесса в частотной области. Она определена в качестве преобразования Фурье автокорреляционной функции случайного процесса:

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau,$$

где $R_x(\tau)$ — автокорреляционная функция случайного процесса, описывающая корреляцию между значениями в записи в различные моменты времени. Она определяется как ожидаемое значение произведения случайной переменной $x(t)$ на сдвинутую по времени версию самой себя:

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) x(t + \tau) dt.$$

Решение задач случайных колебаний сформулировано в частотной области.

После запуска исследования можно построить эпюры среднеквадратичных значений или удельной мощности спектра результатов напряжений, перемещений, скоростей и т. п. на конкретной частоте или построить график результатов значений в конкретных местоположениях относительно частоты.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Дополните предложения, выбрав правильные ответы из предложенных.

В линейном динамическом анализе используются следующие допущения:

1. Не учитываются инерционные силы и силы демпфирования.
2. Все материалы в модели подчиняются закону Гука, в соответствии с которым напряжение прямо пропорционально деформации.

3. Нагрузки должны быть постоянными по величине, направлению и распределению. Они не должны изменяться во время деформирования модели.
2. Выберите из предложенного списка утверждений те, которые справедливы для линейного динамического анализа:
 1. Приложенные нагрузки зависят от времени.
 2. Учитываются инерционные силы и силы демпфирования.
 3. Свойства материала принимаются линейными.
 4. Исследования решают задачу определения динамической реакции в качестве функции времени и не требуют вычисления форм колебаний и частот.

3. На стержень (рис. 71), закрепленный неподвижно на правом торце, в течение 1,2 сек действует импульсная сила 1000 н вертикально вниз на площадку размером 15 мм, указанную на рисунке. Стержень выполнен из инструментальной стали 40X13 (немецкий аналог 1.2083). Выполнить динамический анализ временной диаграммы. Построить график временной диаграммы. Определить максимальное перемещение стержня.

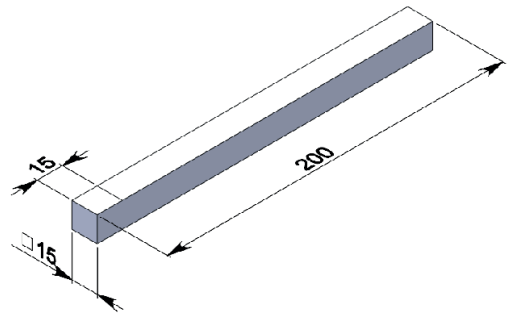


Рис. 71. К заданию для самостоятельной работы. Анализ временной диаграммы стального стержня

Нелинейный статический анализ

Линейный статический анализ основывается на допущениях статичности и линейности. Он предполагает, что зависимость между нагрузками и вызванными реакциями является линейной.

Однако все реальные конструкции ведут себя нелинейно (рис. 72).

В некоторых случаях можно пренебречь нелинейностью и достаточно проведения линейного анализа.

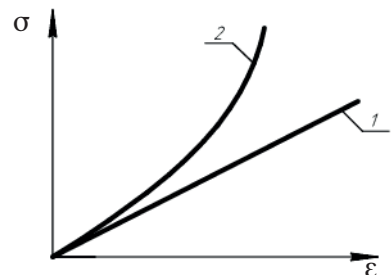


Рис. 72. Графики линейной (1) и нелинейной (2) зависимости между нагрузками и вызванными ими реакциями

Во многих других случаях линейное решение может привести к ошибочным результатам.

Допущение линейности справедливо, если:

- все материалы в модели соответствуют закону Гука, в соответствии с которым напряжение прямо пропорционально деформации. Большая часть материалов только при малых нагрузках имеет линейную зависимость напряжения от деформации. С увеличением нагрузки отношение напряжение-деформация становится нелинейным. Ряд материалов показывает нелинейные характеристики даже при малых нагрузках. Если материал в модели имеет нелинейные характеристики напряжение-деформация под заданной нагрузкой, должен использоваться нелинейный анализ. Нелинейный анализ предлагает много типов моделей материалов;
- вызванные перемещения достаточно малы для того чтобы пренебречь изменением жесткости, вызванной нагрузкой. Нелинейный анализ предлагает параметр большой деформации при определении свойств материала твердотельного компонента или оболочки. Вычисления матрицы жесткости могут повторно рассчитываться на каждом шаге решения. Частота пересчета матрицы жесткости управляется пользователем;
- граничные условия не изменяются во время приложения нагрузок. Нагрузки должны быть постоянными по величине, направлению и распределению. Они не должны изменяться во время деформирования модели. Например, контактные задачи являются естественно нелинейными, так как граничные условия изменяются при появлении контактной нагрузки. Однако линейный анализ предлагает приближенное решение контактных задач, где учитываются воздействия большой деформации.

При нелинейном анализе расчет матрицы жесткости может выполняться на каждом шаге решения. Частота пересчета матрицы жесткости управляется пользователем.

Упрощения в нелинейном статическом анализе

Не учитываются:

- инерционные силы;
- силы демпфирования.

Конструкционные нелинейности

Конструкционные нелинейности наблюдаются при изменении расчетной схемы в процессе деформирования конструкции. Решение таких задач в SolidWorks Simulation выполняется пошаговым приложением нагрузки или ограничения с использованием графика кривой времени. Кривая времени указывает, когда изменять нагрузку или ограничение на каждом шаге.

Основные источники конструкционной нелинейности, встречающиеся в прикладных задачах:

- **геометрические нелинейности** — нарушение линейной зависимости между деформациями и перемещениями. Они обусловлены изменениями геометрии системы при деформации под воздействием нагрузки. Основным источником изменений геометрии является влияние больших перемещений на общую форму конструкций из-за вызванных нагрузками деформаций, которые могут привести к увеличению жесткости или, напротив, пластичности конструкции;
- **нелинейности материала** — результат нелинейной зависимости между напряжением и деформацией, которые проявляются в поведении конструкций.

Нелинейное поведение материала существенно влияет на результат в таких случаях, как

- учет зависимости отношения напряжения-деформации материала от температуры;
- выполнение расчетов с учетом изменения нагрузок во времени (рис. 73, а);
- необходимость проводить расчеты при более высоких напряжениях, превышающих величины, для которых справедлив закон Гука, с учетом пластических деформаций (рис. 73, б);
- выполнение анализа текучести в зависимости от продолжительности нагрузки и др.;
- **контактные нелинейности** связаны с изменением характера граничных условий в контактных задачах при анализе сборок. Примеры задач, требующих оценки границ контакта: вибрация конструкций, контакты зубьев шестерней, задачи посадки, резьбовые соединения и ударяющиеся тела и др.

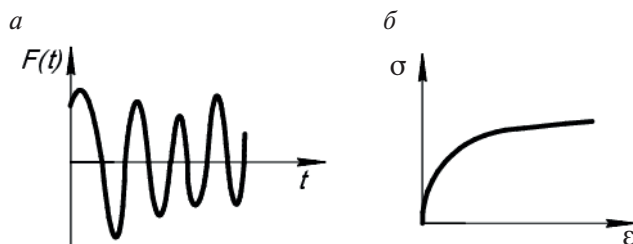


Рис. 73. Пример учета нелинейности материала при расчете соединений «балка-колонна»:

a — график изменения приложенной нагрузки во времени; *б* — кривая зависимости деформации от напряжения

Процедуры решения нелинейных задач

При решении нелинейных задач используется итерационный метод. Прямое решение нелинейных задач осуществить не удастся по следующим причинам:

- в нелинейных задачах под воздействием возникающих перемещений могут изменяться жесткость конструкции, приложенные нагрузки и/или граничные условия;
- для предполагаемой деформированной формы требуется установить равновесие конструкции. В каждом состоянии равновесия — вдоль равновесной траектории результирующая система совместных уравнений будет нелинейной.

Для выполнения нелинейного анализа разработано несколько альтернативных алгоритмов. В отличие от линейных задач практически невозможно реализовать одну единственную стратегию, подходящую для всех случаев. Каждая конкретная задача имеет свои особенности и для ее решения требуется индивидуальный подход.

Понятие кривой времени

В нелинейном статическом анализе для приложения нагрузок, изменяющихся во времени, используются «кривые времени». Кривая времени задает, как меняется нагрузка или ограничение на каждом шаге решения.

В нелинейном динамическом анализе и нелинейном статическом анализе с зависящими от времени свойствами материала (например, текучесть) «время» представляет собой реальное время, связанное с приложением нагрузки.

Выбор размера «временного» шага зависит от нескольких факторов, таких как уровень нелинейности задач и процедура решения. Для облегчения анализа и уменьшения стоимости решения компьютерная программа содержит адаптационный автоматический пошаговый алгоритм.

Вопросы для самопроверки

1. Дополните предложения, выбрав правильные ответы из предложенных.
 - 1.1. В нелинейном статическом анализе используются следующие допущения:
 - а) не учитываются инерционные силы и силы демпфирования;
 - б) все материалы в модели подчиняются закону Гука, в соответствии с которым напряжение прямо пропорционально деформации;
 - в) нагрузки должны быть постоянными по величине, направлению и распределению. Они не должны изменяться во время деформирования модели.
 - 1.2. В нелинейном статическом анализе кривая времени — это:
 - а) траектория движения конструкции;
 - б) график изменения скорости перемещения во времени;
 - в) график изменения нагрузки на каждом шаге решения.
 - 1.3. Нелинейный статический анализ выполняется при наличии следующих нелинейностей системы:
 - а) геометрические нелинейности;
 - б) нелинейности материала;
 - в) нелинейности графика;
 - г) статические нелинейности;
 - д) контактные нелинейности.

Нелинейные динамические исследования

В нелинейном динамическом исследовании используется та же итерационная процедура, что и в нелинейном статическом анализе: управление, повтор и окончание работы.

В нелинейном динамическом анализе уравнения равновесия динамической системы на временном шаге, $t + \Delta t$, будут

$$[\mathbf{M}]^{t+\Delta t} \{U''\}^{(i)} + [\mathbf{C}]^{t+\Delta t} \{U'\}^{(i)} + {}^{t+\Delta t}[\mathbf{K}]^{(i)} [\Delta U]^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\{R\} - {}^{t+\Delta t}\{F\}^{(i-1)},$$

где $[\mathbf{M}]$ — матрица масс системы; $[\mathbf{C}]$ — матрица демпфирования системы; ${}^{t+\Delta t}[\mathbf{K}]^{(i)}$ — матрица жесткости системы; ${}^{t+\Delta t}\{R\}$ — вектор внешних приложенных узловых нагрузок; ${}^{t+\Delta t}\{F\}^{(i-1)}$ — вектор внутренних образующихся в узлах сил на повторе $(i-1)$; ${}^{t+\Delta t}[\Delta U]^{(i)}$ — вектор инкрементных узловых перемещений на повторе (i) ; ${}^{t+\Delta t}\{U'\}^{(i)}$ — вектор полного перемещения на повторе (i) ; ${}^{t+\Delta t}\{U''\}^{(i)}$ — вектор полных скоростей на повторе (i) ; $[\mathbf{M}]^{t+\Delta t}\{U''\}^{(i)}$ — вектор полных ускорений на повторе (i) .

При использовании итерационного метода Ньютона и схем интегрирования неявного времени, таких как Newmark-Beta или Wilson-Theta, уравнения преобразуются в форму

$${}^{t+\Delta t}[\bar{\mathbf{K}}]^{(i)} \{\Delta U\}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\{\bar{R}\}^{(i)},$$

где ${}^{t+\Delta t}\{\bar{R}\}^{(i)}$ — вектор эффективной нагрузки:

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}\{\bar{R}\}^{(i)} = & {}^{t+\Delta t}\{R\} - {}^{t+\Delta t}\{F\}^{(i-1)} + [\mathbf{M}] \left(-a_0 ({}^{t+\Delta t}\{U\}^{(i-1)} - {}^t\{U\}) + \right. \\ & \left. + a_2 ({}^t\{U'\} + {}^t\{U''\}) + [\mathbf{C}] (-a_1 ({}^{t+\Delta t}\{U\}^{(i-1)} - {}^t\{U\} + a_4 {}^t\{U'\} + a_5 {}^t\{U''\})) \right); \\ {}^{t+\Delta t}\bar{\mathbf{K}}^{(i)} & \text{ — матрица эффективной жесткости:} \end{aligned}$$

$${}^{t+\Delta t}\bar{\mathbf{K}}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}[\mathbf{K}]^{(i)} + a_0 [\mathbf{M}] + a_1 [\mathbf{C}],$$

где a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 , и a_5 являются константами неявных схем интеграции.

Для нелинейного динамического анализа может быть использован только инкрементный метод управления нагрузкой, а также доступны итерационные методы «Измененный алгоритм Ньютона-Рафсона (MNR)» и «Алгоритм Ньютона-Рафсона (NR)».

Численные методы для решения нелинейных задач

При решении нелинейных задач применяются различные численные методы на основе метода конечных элементов. Процедура решения включает следующее:

- метод управления, способный управлять ходом вычислений вдоль равновесной траектории системы;
- итерационный метод для решения системы совместных нелинейных уравнений, управляющий состоянием равновесия вдоль траектории;
- схемы окончания работы для завершения процесса решения.

Для выполнения нелинейного анализа имеются следующие *методы управления с приращениями*:

- **Метод управления с приращениями нагрузки.** В нем нагрузки, приложенные к системе, используются как заданные переменные. Каждое состояние (точка) на равновесной траектории определяется пересечением поверхности ($F = \text{константа}$) с траекторией для определения параметров деформации (рис. 74). Нагрузки (передвижения основания, заданные перемещения, термические, сила тяжести и т. п.) прикладываются по нарастающей в соответствии с ассоциированными кривыми «времени»;
- **Инкрементный метод управления перемещением.** В этом методе точка на равновесной траектории определяется пересечением кривой решения с поверхностью, определенной постоянным параметром деформации ($U = \text{константа}$), как показано на рис. 75. Для того чтобы применить этот метод в анализе конечных элементов, массив приложенных нагрузок пропорционально прирастает (используя множитель сосредоточенной нагрузки) для достижения равновесия под контролем заданных степеней свободы. Управляемые степени свободы, заданные посредством выбора вершины или справочной точки, возрастают, используя кривую «времени»;
- **Инкрементный метод управления длиной дуги.** В нем задан специальный параметр путем ограничения (вспомогательного)

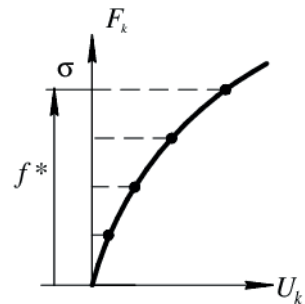


Рис. 74. График «Напряжение-деформация» в методе управления с приращениями нагрузки

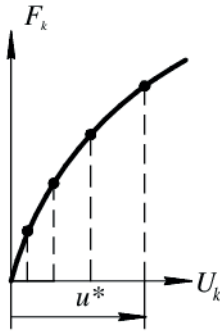


Рис. 75. График «Напряжение-деформация» в инкрементном методе управления перемещением

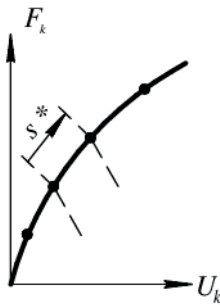


Рис. 76. График «Напряжение-деформация» в инкрементном методе управления длиной дуги

уравнения, которое добавлено к системе уравнений, управляющих равновесием системы. В геометрическом смысле регулируемый параметр можно просматривать в виде «длины дуги», равновесной траектории (рис. 76).

Для того чтобы использовать этот метод в анализе конечных элементов, массив приложенных нагрузок пропорционально прирастает (используя множитель сосредоточенной нагрузки) для достижения равновесия под контролем заданной длины (длины дуги) равновесной траектории. Длина дуги будет автоматически вычисляться программой. Не требуется кривой «времени».

Как управление силой, так и управление перемещением будут прерываться в окрестности критических точек (называемой потерей устойчивости для контроля усилия и восстановлением устойчивости для управления перемещением), как на рис. 77. Подобные трудности обычно встречаются при анализе потери устойчивости рам, колец и оболочек. Управление длиной дуги успешно преодолевает эти трудности.

Сущность *итерационных методов решения* в нелинейных статических исследованиях заключается в следующем.

В нелинейном статическом анализе основная система уравнений должна быть решена на любом «временном» шаге $t + \Delta t$:

$${}^{t+\Delta t}\{R\} - {}^{t+\Delta t}\{F\} = 0,$$

где ${}^{t+\Delta t}\{R\}$ — вектор внешних приложенных узловых нагрузок; ${}^{t+\Delta t}\{F\}$ — вектор внутренне образующихся в узлах сил.

Поскольку внутренние узловые силы ${}^{t+\Delta t}\{F\}$ зависят от узловых перемещений во время $t + \Delta t$, ${}^{t+\Delta t}\{U\}$, необходимо использовать итерационный метод. Следующие уравнения представляют собой основную структуру итеративной схемы для решения уравнений равновесия на определенном временном шаге, $t + \Delta t$,

$$\begin{aligned}\{\Delta R\}^{(i-1)} &= {}^{t+\Delta t}\{R\} - {}^{t+\Delta t}\{F\}^{(i-1)}; \\ {}^{t+\Delta t}[\mathbf{K}]^{(i)} \{\Delta U\}^{(i)} &= \{\Delta R\}^{(i-1)} (\mu_{XY} = \mu_{XZ} = \mu_{ZY}); \\ {}^{t+\Delta t}\{U\}^{(i)} &= {}^{t+\Delta t}\{U\}^{(i-1)} + \{\Delta U\}^{(i)}; \\ {}^{t+\Delta t}\{U\}^{(0)} &= {}^t\{U\}; \quad {}^{t+\Delta t}\{F\}^{(0)} = {}^t\{F\},\end{aligned}$$

где ${}^{t+\Delta t}\{R\}$ — вектор внешних приложенных узловых нагрузок; ${}^{t+\Delta t}\{F\}^{(i-1)}$ — вектор внутренне образующихся в узлах сил на повторе (i) ; $\{\Delta R\}^{(i-1)}$ — вектор неуравновешенной нагрузки на повторе (i) ; $\{\Delta U\}^{(i)}$ — вектор инкрементных узловых перемещений на повторе (i) ; ${}^{t+\Delta t}\{U\}^{(i)}$ — вектор полного перемещения на повторе (i) ; ${}^{t+\Delta t}[\mathbf{K}]^{(i)}$ — матрица Якобиана (касательная жесткость) на повторе (i) .

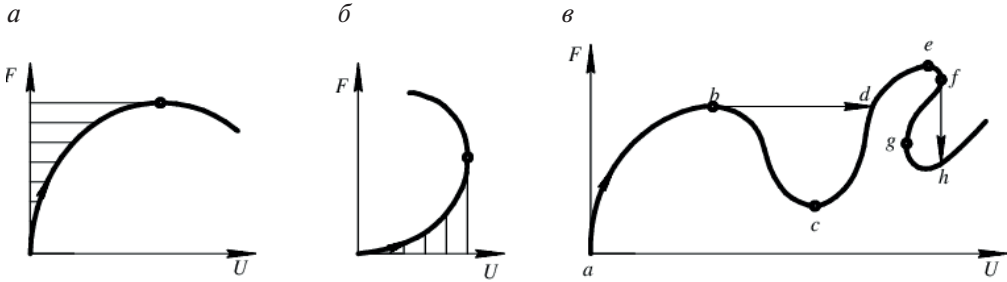


Рис. 77. Инкрементный метод управления длиной дуги:

a — потеря несущей способности управления силой; *б* — потеря несущей способности управления перемещением; *в* — потеря несущей способности управления силой и перемещением; *b, c, e* — предельные точки при управлении силой; *f, g* — предельные точки при управлении перемещением

Имеются различные схемы выполнения итераций. Ниже представлено краткое описание двух методов ньютоновского типа:

- алгоритм Ньютона — Рафсона (NR). В нем матрица касательной жесткости образуется и раскладывается на каждом повторе внутри определенного шага, как показано на рис. 78. Метод NR имеет высокую степень сходимости, которая является квадратичной. Но, поскольку касательная жесткость образуется и раскладывается на каждом повторе, что может быть дорогостоящим для больших моделей, можно получить преимущества, используя другой итерационный метод;

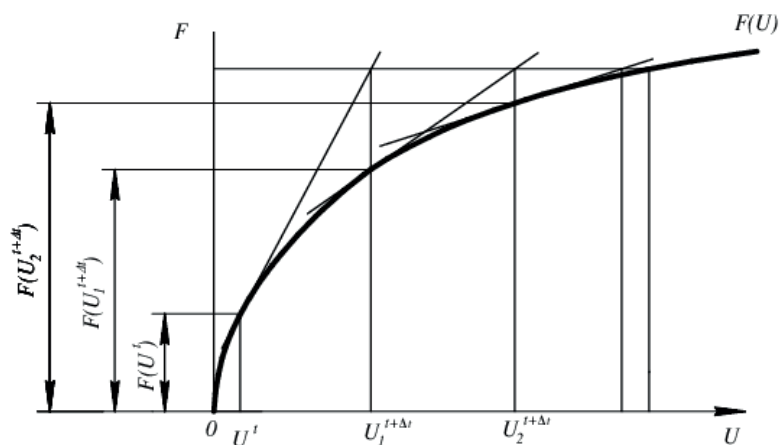


Рис. 78. Алгоритм Ньютона — Рафсона

- модифицированный алгоритм Ньютона — Рафсона. В нем матрица касательной жесткости образуется и раскладывается в начале каждого шага (или как задано при определении свойств исследования) и используется в течение всех повторов, как показано на рис. 79.

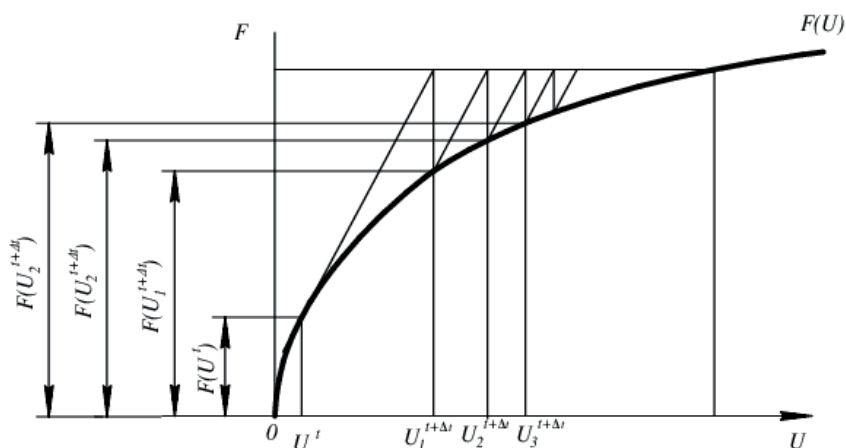


Рис. 79. Модифицированный алгоритм Ньютона — Рафсона

Для инкрементной процедуры, основанной на итерационных методах, следует обеспечить целесообразные **схемы окончания работы**. В конце каждого повтора сходимость следует оценивать в пределах реалистичных допусков. Очень большие допуски приведут к неточным

результатам, в то время как очень строгие допуски могут без нужды увеличивать стоимость вычислений. Плохая проверка расходимости может завершить итерационный процесс, если решение не расходилось или продолжить работать процессу при поиске неосуществимого решения.

В качестве критерия сходимости было введено множество процедур для завершения итерационного процесса. Ниже рассматриваются три критерия сходимости:

- **сходимость перемещения.** Данный критерий основан на приращениях перемещений во время повторов. Он определяется как

$$|\{\Delta U\}^{(i)}| < \varepsilon_d |{}^{t+\Delta t}\{U\}^{(i)}|,$$

где $|\{\Delta U\}|$ обозначает евклидову норму $\{U\}$, а ε_d является допуском перемещения;

- **сходимость силы.** Этот критерий основан на неуравновешенных (остаточных) нагрузках во время повторов. Требуется, чтобы норма вектора остаточной нагрузки была в пределах допуска ε_f приращения приложенной нагрузки, то есть:

$$|{}^{t+\Delta t}\{R\} - {}^{t+\Delta t}\{F\}^{(i)}| < \varepsilon_f |{}^{t+\Delta t}\{R\} - {}^t\{F\}|;$$

- **сходимость энергии.** В этом критерии приращение внутренней энергии во время каждого повтора, которая равна работе, выполненной остаточными силами во время инкрементного перемещения, сравнивается с первоначальным приращением энергии. Сходимость принимается осуществленной при удовлетворении следующего условия:

$$\left(\{\Delta U\}^{(i)}\right)^T \left({}^{t+\Delta t}\{R\} - {}^{t+\Delta t}\{F\}^{(i-1)}\right) < \varepsilon_e \left(\{\Delta U\}^{(1)}\right)^T \left({}^{t+\Delta t}\{R\} - {}^t\{F\}\right),$$

где ε_e является допуском энергии.

Кроме того, множество схем используются в качестве критерия расходимости. Одна из этих схем основана на расходимости остаточных нагрузок. Другая равна основана на расходимости инкрементной энергии.

Выполнение нелинейного анализа

Замечания по определению нелинейных исследований:

- при определении нелинейного исследования можно выбрать статическое или динамическое исследование. Нелинейные исследования решаются во временной области;
- нелинейный анализ требует задания метода управления решением. В интерфейсе по умолчанию используется метод управления **Силой** в качестве надлежащего выбора в большинстве случаев. Метод управления **Силой** позволяет управлять каждой нагрузкой и ограничивать ее по отдельности кривой времени. Методы управления **Перемещением** и **Длиной** дуги вычисляют множитель для всех нагрузок на каждом шаге решения. Другими словами: все нагрузки изменяются пропорционально на каждом шаге решения;
- для выбора метода управления **Перемещение** или **Длина** дуги нажмите на кнопку **Дополнительные параметры** на вкладке **Решение**;
- параметры **Время начала** и **Время окончания**, заданные на вкладке **Решение** в секундах, не используются в методе управления **Длина дуги**. Значения времени являются псевдозначениями, если 1) не используются модели материалов с эффектами текучести; 2) не учитываются термические воздействия из исследования переходного термического процесса;
- для нелинейных динамических исследований значения времени всегда являются реальными;
- временной инкремент на вкладке **Решение** интерпретируется на основе выбранного метода управления. Для методов управления **Силой** и **Перемещением** он используется для постепенного прироста времени от **Времени начала** до **Времени окончания**. Для метода управления **Длина дуги** используется внутренняя оценка начального инкрементного значения длины дуги. Остановка решения основана на параметрах, заданных на вкладке **Дополнительные параметры**;
- параметр **Повторный запуск** позволяет продолжить решение от последнего успешного шага решения. Чтобы сделать исследование способным к повторному запуску, перед запуском исследования необходимо выбрать **Сохранить данные для повторного запуска**

анализа. Чтобы перезапустить задачу, для которой доступна информация перезапуска, перед запуском установите флажок **Повторный запуск** в свойствах исследования.

Управление силой является наиболее распространенным и единственным доступным для динамических нелинейных исследований. Однако методы управления **Перемещение** или **Длина дуги** могут быть более уместными для использования в задачах некоторых классов. Контакт поддерживается только методом **Управления силой**.

Для того чтобы выполнить нелинейный анализ, используя **Управление силой**, необходимо:

1. Создать нелинейное статическое исследование.
2. Нажать правой кнопкой мыши значок исследования и выбрать **Свойства**.
3. На вкладке **Решение** выбрать параметры **Время начала**, **Время окончания**, **Временной инкремент** и установить необходимые параметры в окнах **Параметры нелинейности геометрии** и **Решающая программа**.
4. В большинстве случаев не требуется нажимать кнопку **Дополнительные параметры**, чтобы установить **Метод повторов** и **Параметры интервала/допуска**.
5. Чтобы рассмотреть термические воздействия или воздействия потока, следует выбрать вкладку **Эффекты потока/Тепловые эффекты** и установить необходимые параметры.
6. Нажать **ОК**.
7. Определить свойства материала, сетку, нагрузки и ограничения. Можно ассоциировать (связать) каждую нагрузку и ограничение с различными кривыми времени. Диапазон времени каждой кривой должен охватывать **Время начала** и **Время окончания**.
8. Определить демпфирование. Применяется только для нелинейных динамических исследований.
9. Нажать правой кнопкой мыши папку **Параметры результатов** в дереве, чтобы задать параметры сохранения результатов.
10. Запустить исследование и просмотреть результаты в различное время (на разных шагах решения).

Для того чтобы выполнить нелинейный статический анализ, используя **Управление перемещением**, следует:

1. Создать нелинейное статическое исследование.

2. Нажать правой кнопкой мыши значок исследования и выбрать **Свойства**.
3. На вкладке **Решение** выбрать параметры **Время начала**, **Время окончания**, **Временной инкремент** и установить необходимые параметры в окнах **Параметры нелинейности геометрии** и **Решающая программа**.
4. Нажать кнопку **Дополнительные параметры** для выбора метода управления перемещением и установите **Параметры управления перемещением**, чтобы задать управление степенями свободы в качестве функции времени. Это единственная кривая времени, используемая методом управления **Перемещением**. Диапазон времени должен охватывать **Время начала** и **Время окончания**.
5. Чтобы рассмотреть термические воздействия или воздействия потока, надо выбрать вкладку **Эффекты потока/Тепловые эффекты** и установить необходимые параметры.
6. Нажать **ОК**.
7. Определить свойства материала, сетку, нагрузки и ограничения. Нет нагрузки или ограничения, ассоциированных с кривой времени.
8. Нажать правой кнопкой мыши папку **Параметры результатов** в дереве, чтобы задать параметры сохранения результатов.
9. Выполнить исследование и просмотреть результаты в качестве функции параметра нагрузки.

Для того чтобы выполнить нелинейный статический анализ, используя **Управление длиной дуги**, необходимо:

1. Создать нелинейное статическое исследование.
2. Нажать правой кнопкой мыши значок исследования и выбрать **Свойства**.
3. На вкладке **Решение** пропустить параметры **Время начала** и **Время окончания**. Задать параметры **Временной инкремент** и установить флажок у необходимых параметров в **Параметры нелинейности геометрии** и **Решающая программа**. Для вычисления начальной длины дуги для каждого шага временной инкремент используется программой внутренне.
4. Нажать кнопку **Дополнительные параметры** для выбора метода **Управление длиной дуги** и установить **Параметры завершения длины дуги**, где надо задать схему окончания.

5. Чтобы рассмотреть термические воздействия или воздействия потока, следует выбрать вкладку **Эффекты потока/Тепловые эффекты** и установить необходимые параметры.
6. Нажать **ОК**.
7. Определить свойства материала, сетку, нагрузки и ограничения. Нет нагрузки или ограничения, ассоциированных с кривой времени.
8. Нажать правой кнопкой мыши папку **Параметры результатов** в дереве, чтобы задать параметры сохранения результатов.
9. Выполнить исследование и просмотреть результаты в качестве функции параметра нагрузки.

Вопросы для самопроверки

1. Дополните предложение, выбрав правильный ответ из предложенных.

Нелинейные динамические исследования...

- а) не учитывают инерционные силы и силы демпфирования;
- б) используют нагрузки постоянными по величине, направлению и распределению;
- в) решают задачу определения динамической реакции в качестве функции времени и не требуют вычисления форм колебаний и частот.

2. В предложение вставьте пропущенные слова:

В анализе нагрузки прикладываются постепенно и медленно до тех пор, пока они не достигают полной величины. После достижения полной величины нагрузки остаются постоянными.

Не учитываются инерционные силы и силы демпфирования:

- а) линейном статическом;
- б) нелинейном статическом;
- в) линейном динамическом;
- г) нелинейном динамическом.

3. В предложение вставьте пропущенные слова:

В анализе приложенные нагрузки зависят от времени. Нагрузки могут быть периодическими, непериодическими или могут быть описаны статистически. Ускорения и скорости значительны (т. е. следует учитывать инерционные силы и силы демпфирования). Свойства материала принимаются линейными:

- а) линейном статическом;
- б) нелинейном статическом;
- в) линейном динамическом;
- г) нелинейном динамическом.

Методы оптимизации в инженерных исследованиях

Создание новых конструкций обычно осуществляется постепенным улучшением существующей конструкции.

Технологическая конкуренция вынуждает искать пути уменьшения времени разработки новых конструкций одновременно с повышением качества и надежности разрабатываемого изделия. Поэтому оптимальное проектирование занимает одну из ключевых позиций при создании современных конкурентоспособных конструкций.

Оптимизация — процесс нахождения наилучшего или оптимального решения какой-либо задачи при заданных критериях.

Основной подход в оптимальном проектировании — формализация задачи, т. е. сведение задачи оптимизации конструкции к математической задаче поиска условного экстремума.

Оптимизационная задача — это задача определения наилучших, в некотором смысле, структуры или значений параметров объектов.

Если оптимизация связана с расчетом оптимальных значений параметров при заданной структуре объекта, то она называется *параметрической оптимизацией*.

Задача выбора оптимальной структуры является *структурной оптимизацией*.

Постановка задачи оптимизации

Для постановки задач оптимизации конструкции применяют параметризованный чертеж, являющийся эскизом разрабатываемой конструкции.

Постановка задачи оптимизации предполагает существование конкурирующих свойств объекта, например:

- прочность конструкции — масса конструкции;
- износостойкость изделия — стоимость изделия;
- многофункциональность изделия — габариты изделия.

Выбор компромиссного варианта для указанных свойств представляет собой процедуру решения оптимизационной задачи.

При формулировании задачи оптимизации:

- задается целевая функция, подлежащая минимизации или максимизации;
- устанавливается критерий оптимальности и набор ограничений для обеспечения работоспособности конструкции;
- задается ряд размеров, допускающих варьирование в заданных пределах. Свойства конструкции, подлежащие варьированию, называются параметрами проектирования.

Решением задачи параметрической оптимизации является набор значений параметров, обеспечивающих заданные критерии и ограничения, наложенные на конструкцию.

Критерий оптимальности

Количественная оценка оптимизируемого качества объекта называется *критерием оптимальности*.

Для удобства и однозначности восприятия критерии нормируют, то есть обычно приводят к следующему виду:

$$K_i \geq 0,$$

где $i = 1, \dots, m$; m — число критериев.

Предпочтительно критерии приводить к безразмерному виду (например, относительная цена по отношению к цене самого дорогого варианта).

В одной задаче может быть установлено несколько критериев оптимальности.

Применение для технических задач только одного критерия (например, максимум уровня безопасности, минимум потребления энергии, минимум экологического ущерба) часто приводит к абсурдным результатам, выходящим за область допустимых решений, поэтому обычно сочетается с экономическими критериями (например, минимум стоимости или максимум дохода).

Однокритериальная и многокритериальная оптимизация

Характеризуя объект, сложно выбрать один такой критерий, который бы обеспечил всю полноту требований. Поэтому в задачах количество критериев может быть различным.

Однако стремление к всеобъемлющему решению и назначение большого числа критериев сильно усложняет задачу.

В предельном случае решение практических задач можно свести к задаче двухкритериальной оптимизации, критериями в которой являются «цена» и «качество» (т. н. «цена-качество»).

Сведение задачи к однокритериальной требует введения существенных допущений, но облегчает окончательный выбор.

Наиболее разработаны методы однокритериальной оптимизации, в большинстве случаев позволяющие получить однозначное решение.

В задачах многокритериальной оптимизации абсолютно лучшее решение выбрать невозможно (за исключением частных случаев), так как при переходе от одного варианта к другому, как правило, улучшаются значения одних критериев, но ухудшаются значения других.

Параметры оптимизации

Параметр оптимизации — это показатель качества детали, сборочной единицы или технологического процесса, для определения наилучшего значения которого выполняется оптимизация.

Он должен быть количественным, задаваться числом. Множество значений, которые может принимать параметр оптимизации, называется областью его определения.

Параметры оптимизации могут меняться *непрерывно* или *дискретно* (дискретная оптимизация).

Выделяют задачи *однопараметрической* и *многопараметрической* оптимизации.

Пример однопараметрической оптимизационной задачи: выбор диаметра трубопровода, по которому насосом перекачивается жидкость. При уменьшении диаметра трубы снижается ее стоимость, но увеличиваются затраты энергии на перекачку жидкости из-за возросшего гидравлического сопротивления.

Пример задачи многопараметрической (двухпараметрической) оптимизации: выбор диаметра и толщины тепловой изоляции трубопро-

вода с горячей жидкостью или паром при постоянстве остальных параметров. При этом оба параметра дискретны, так как существуют как сортамент труб, так и типовые параметры готовых теплоизоляционных сегментов.

Целевая функция

Целевая функция — зависимость критерия оптимальности от параметров, влияющих на ее значение. Она составляется на основании выбранного критерия оптимальности.

Вид критерия оптимальности или целевой функции определяется конкретной задачей оптимизации.

Задача оптимизации сводится к нахождению экстремума целевой функции.

При постановке задачи оптимизации необходимо:

- а) составить математическую модель объекта оптимизации;
- б) выбрать критерии оптимальности;
- в) составить целевую функцию;
- г) задать граничные условия, т. е. установить возможные ограничения, которые должны накладываться на переменные;
- д) выбрать метод оптимизации, который позволит найти экстремальные значения искомых величин.

Стандартная математическая постановка задачи оптимизации

Формулировка: среди элементов x , образующих множества X , найти такой элемент x^* , который доставляет минимальное значение $f(x^*)$ заданной функции $f(x)$. Для того чтобы корректно поставить задачу оптимизации, необходимо задать:

1. Целевую функцию f .
2. Множество допустимых решений: Q для функции f .
3. Критерий оптимизации $extr \in \{\min, \max\}$.

Формальная запись постановки задачи оптимизации будет выглядеть так:

$$f(x) \rightarrow_{x \in Q} extr.$$

Оптимизация конструкции в SolidWorks

Процесс создания новой конструкции — это итеративный и многостадийный процесс, при котором конструкция постоянно меняется, пока не станет отвечать критериям приемки, состоящим из таких параметров, как прочность, себестоимость, эксплуатационные характеристики, удобство и форма и др. (рис. 80). Первичная конструкция (исходное проектное решение) может проходить через множество циклов оптимизации прежде, чем будет готова к серийному производству.

В SolidWorks оптимизация конструкции осуществляется программой «Исследования проектирования». Она автоматизирует поиск оптимального решения, основанного на геометрической модели.

Программа оснащена технологией для быстрого обнаружения трендов и определения оптимального решения с использованием минимального количества прогонов. Оптимизационные исследования проектирования требуют определения следующего:

- **Цели исследования** — например, минимальный

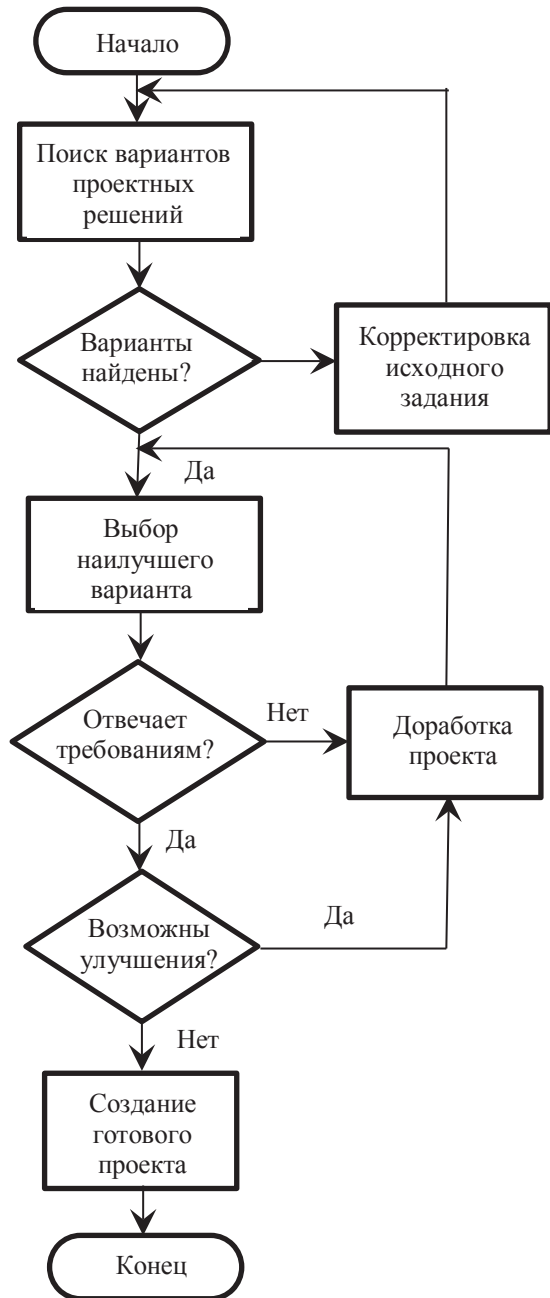


Рис. 80. Блок-схема итеративного процесса проектирования

расход материала. Если цель не задать, то программа проводит исследование проектирования без оптимизации. Для определения целей используются датчики. Можно также определить точные цели, например: прогиб на конце в 1 мм с длиной консольной балки в качестве переменной;

- **Переменные** — размеры, которые могут изменяться. Для каждого размера надо задать диапазон.

Например, диаметр отверстия может варьироваться от 5 до 10 мм, а глубина отверстия может находиться в диапазоне от 20 до 30 мм. Переменные можно выбрать в списке предварительно определенных параметров или определить новый параметр, выбрав **Добавить параметр**. Можно использовать все параметры и задающие глобальные переменные Simulation.

Переменные должны быть определены как **Диапазон**, **Дискретные значения** или **Диапазон при шаге**. Можно определить комбинацию дискретных и непрерывных переменных. Если будут определены только дискретные переменные, поиск оптимального сценария будет выполняться только среди предварительно заданных сценариев;

- **Ограничения** — условия, которым должна отвечать оптимальная конструкция. Например, напряжения, отклонения, температуры не должны превышать определенных значений, а собственная частота должна находиться в указанном диапазоне. Их также можно выбрать в списке заранее определенных датчиков или определить новый датчик. При просмотре результатов Simulation следует выбрать исследование Simulation, связанное с выбранным датчиком. При запуске исследования проектирования запускаются и выбранные исследования Simulation и для всех итераций отслеживаются значения датчика. Также можно использовать управляемые глобальные переменные для ограничений.

Максимальное общее число ограничений и целей не должно превышать 20. Можно определить до 20 проектных переменных. Для получения наилучших результатов определяйте не более 3–4 целей для каждого исследования оптимизации проекта.

Оптимизационное исследование определяется целевой функцией, а также расчетными переменными и ограничениями. Например, можно изменить размеры модели до минимально возможных, при которых напряжение не превышает установленных ограничений. В этом

случае минимизируемый объем является целевой функцией, изменяемые размеры являются расчетными параметрами, а предельное напряжение — ограничением поведения.

Хотя анализ помогает быстро и дешево смоделировать цикл проектирования изделия на компьютере, все равно необходимо создать несколько исследований и смоделировать множество сценариев. После каждого изменения необходимо выполнить анализ и проверить результаты.

Даже в самой простой конструкции может быть несколько размеров, которые могут быть изменены. Выбрать комбинацию параметров, вести учет изменений и просматривать результаты бывает довольно трудно.

При использовании параметрических и моделирующих функций программы и возможностей автоматической регенерации во время выполнения исследования проектирования удастся автоматизировать процесс оптимизации. В программе имеется технология быстрого выявления тенденций и поиска оптимального решения с наименьшим количеством прогонов. Программа использует метод на основе **Планирования опыта**.

Программа предлагает на выбор две различные степени качества в свойствах исследования проектирования; выполняет ряд пробных прогонов, зависящих от уровня качества и количества параметров. В каждой попытке программа запускает все необходимые исследования моделирования, определяя особым образом набор изменяемых значений. В табл. 10 приведено количество итераций для методов быстрого получения точных результатов для непрерывных переменных (параметр **Диапазон**). В программе используется квадратичный метод **Box-Behnken** при настройке **Высокое качество** и квадратичный метод **Rechtschafner** для настройки **Быстрые результаты**. Хотя метод **Rechtschafner** выполняет определенные предварительные вычисления, которые не требуются для **Box-Behnken**, необходимо провести несколько пробных прогонов, чтобы сформировать функцию отклика и выполнить оптимизацию.

После проведения пробных запусков рассчитываются оптимальные проектные переменные путем формирования функции отклика для переменных относительно целей, а также минимизации, максимизации или приведения к точным целевым параметрам. Затем программа запускает соответствующие исследования моделирования, чтобы получить результаты для оптимальной конструкции.

Количество проходов, выполняемых программой, зависит от степени качества исследования. В целом, время расчета зависит от следующего:

- качества процесса исследования проектирования;
- числа переменных, ограничений и целей, которые необходимо оптимизировать;
- числа исследований моделирования, которые необходимо запустить для каждого прохода;
- сложности геометрии;
- размера сетки, используемого для исследований моделирования.

Таблица 10

Количество итераций для быстрого получения точных результатов

Количество расчетных параметров (для непрерывных переменных)	Высокое качество	Быстрые результаты
1	3	Не применимо
2	9	Не применимо
3	13	Не применимо
4	25	15
5	41	21
6	49	28
7	57	36
8	Не применимо	45
9	121	55
10	161	66
11	177	78
12	193	91
13	Не применимо	105
14	Не применимо	120
15	Не применимо	136
16	385	153
17	Не применимо	171
18	Не применимо	190
19	Не применимо	210
20	Не применимо	231

Вопросы и задания для самопроверки

1. Дополните предложения, выбрав правильные ответы из предложенных.
 - 1.1. Для проведения оптимизации конструкции в SolidWorks Simulation предназначено исследование:
 - а) статический анализ;
 - б) исследование на усталость;
 - в) нелинейное исследование;
 - г) исследование проектирования;
 - д) линейная динамика.
 - 1.2. Критерий оптимальности — это:
 - а) функция, являющаяся целью оптимизационного исследования;
 - б) количественная оценка оптимизируемого качества объекта;
 - в) условия, которым должна отвечать оптимальная конструкция.
2. Кронштейн (см. рис. 61) выполнен из стального листа Ст3 толщиной 3 мм. На верхнюю полку кронштейна в области, показанной на рис. 61, эскизом окружности диаметром 20 мм, действует сила вертикально вниз.
 - 2.1. Определить максимальное значение силы при условии, что минимальный коэффициент запаса прочности должен быть не меньше 1,4.
 - 2.2. Подобрать толщину листа кронштейна, при которой кронштейн мог бы выдержать нагрузку 1000 н при минимальном коэффициенте запаса прочности 1,4.

Заключение. Рекомендации к выполнению инженерных исследований в САЕ-системах

Получение достоверных результатов при проведении инженерных исследований во многом зависит от грамотного использования САЕ-систем, правильной постановки задачи и корректного задания исходных данных. Ниже приведены некоторые практические рекомендации, позволяющие добиться хороших результатов.

1. Для проведения инженерного анализа следует на основании конструкторской 3D-модели создать расчетную геометрическую модель изделия.

Расчетная модель не должна быть точной копией конструкторской модели. Избыточная детализация расчетной модели может привести к гигантскому росту размерности задачи и вследствие этого невозможности проведения расчетов.

Поэтому еще на этапе создания конструкторской модели рекомендуется предусматривать возможности ее быстрого преобразования в расчетную модель без потери существенных для расчета элементов:

- эскизы следует стараться создавать полностью определенными; при этом для ограничения степеней свободы эскиза надо в первую очередь максимально использовать взаимосвязи — такие как симметричность, параллельность, касательность, перпендикулярность и др., а во вторую очередь — размеры;
- фаски, скругления, по возможности отверстия лучше выполнять не в эскизе, а как элементы модели. Это позволит быстро отключить их в расчетной модели при необходимости;
- все элементы, не относящиеся к основной функциональности модели, следует по этой же причине выполнять отдельно и на последних этапах конструирования;
- повторяющиеся элементы деталей надо стараться создавать

с помощью массива — так, чтобы легко можно было изменить их количество;

- наличие симметричности модели следует по возможности учитывать при построении конструкторской модели.

2. В расчетной модели необходимо предусмотреть повышенную детализацию в зоне предполагаемых высоких градиентов напряжений и упрощения — в остальных местах.

3. Задание свойств материала изделия.

Нелинейные свойства материалов, зависящие от температуры, следует указать для всего диапазона рабочих температур. При поиске свойств материалов необходимо использовать доступные проверенные источники, например:

- отечественный марочник сталей и сплавов;
- справочник «Физические величины» (И. С. Григорьев, Е. З. Мейлихов, 1991); зарубежные онлайн базы: MATWEB, Mil Handbook (MIL-HDBK-5H).

При выполнении динамического расчета, например гармонического анализа, значение демпфирования зачастую является наиболее недоступным входным параметром. Для оценки влияния демпфирования на поведение системы следует провести анализ чувствительности. Для моделирования основания систем рекомендуется применять упрощенный подход — заменить основание на одномерный элемент пружина+демпфер.

Если какой-то из входных параметров, например коэффициент трения, не определен, то следует провести параметрический анализ, задав минимальное и максимальное значения данного коэффициента и проанализировав чувствительность решения. В дальнейшем при расчете используется значение, дающее наиболее консервативное решение (например, максимальные напряжения).

4. Задание креплений связи между элементами конструкции. Они могут быть промоделированы различными способами. Контактные элементы — один из выгодных способов передачи нагрузок между частями конструкции, даже если они приварены, и этот способ позволяет не заботиться о совпадающих сетках на границе сопряжения деталей. Всегда следует начинать с линейной модели контактного взаимодействия перед тем, как вводить в модель возможность скольжения с трением.

5. Задание нагрузки во всех подробностях по значениям, длительности и месту приложения. При этом деталь обычно проектируется не на средний уровень нагрузок, а для того чтобы выдержать максимально допустимые нагрузки.
6. Построение конечно-элементной сетки. Рекомендуется сделать разумные допущения, какие элементы геометрии могут быть упрощены, какой плотности построить расчетную сетку. Например, для анализа концентрации напряжений в закруглении чаще всего достаточно построить сетку с угловым размером элемента от 10 до 20 градусов на самом закруглении. С приобретением опыта в каждом расчете и для каждой зоны уже не требуется выполнять анализ сходимости решения.
7. Всегда следует извлекать максимум преимуществ из симметрии конструкции и граничных условий. Если геометрия на 90 % осесимметричная, нагрузки и материалы также обладают осевой симметрией, то однозначно нужно выполнять расчет в осесимметричной постановке. Если есть сомнения, то следует для сравнения выполнить линейное статическое исследование обоих вариантов, а измельчение сетки, нелинейные контактные взаимодействия и сложные модели материалов применить только в осесимметричной постановке и в ней же провести параметрические исследования.
8. Начинать следует с линейного статического анализа во всех задачах, даже если нагрузки являются функцией от времени. Обычно, если частота возбуждения составляет менее $1/5$ от низшей собственной частоты конструкции, статического анализа должно быть достаточно. Иногда допустимо выполнить статический анализ и применить коэффициент динамичности для первичной оценки поведения системы.
9. Наиболее ценные сведения зачастую можно получить о системе путем решения набора задач в упрощенных постановках с различными предположениями, и варьируя параметрами.
10. Конечно-элементные расчеты желательно проверить на физическом прототипе и верифицировать применяемые модели и коэффициенты трения, ползучести, усталости.

Список литературы

1. Алямовский А. А. SolidWorks Simulation. Инженерный анализ для профессионалов: задачи, методы, рекомендации / А. А. Алямовский. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 562 с. — URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=69953 (дата обращения: 15.02.2020). — ISBN 978-5-97060-140-2.
2. Алямовский А. А. Инженерные расчеты в SolidWorks Simulation / А. А. Алямовский. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 464 с. — URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=1319 (дата обращения: 15.02.2020). — ISBN 978-5-94074-586-0.
3. SolidWorks. Компьютерное моделирование в инженерной практике / А. А. Алямовский [и др.]. — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2012. — 800 с. — ISBN 978-5-94157-994-5.
4. Лукинских С. В. Проектирование изделий в SolidWorks : учебное пособие / С. В. Лукинских, С. С. Кугаевский. — Екатеринбург : УМЦ-УПИ, 2011. — ISBN 978-5-321-01939-9.

Оглавление

Введение	3
Методы исследования работоспособности изделия.....	5
Системы инженерного анализа (CAE)	7
Возможности CAE	8
Основные направления в развитии CAE	9
Мировые лидеры рынка CAE-систем.....	9
Расчетные методы, используемые для инженерных исследований в CAE-системах.....	10
Вопросы для самопроверки.....	13
Метод конечных элементов (МКЭ).....	14
Понятие конечного элемента.....	15
Аппроксимирующая функция	17
Граничные условия.....	18
Матрица жесткости	19
Вопросы для самопроверки.....	20
Система анализа конструкций SolidWorks Simulation.....	22
Типы исследований в SolidWorks Simulation	23
Свойства материалов, используемые в SolidWorks Simulation.....	24
Виды материалов.....	24
Хрупкие и пластичные материалы	25
Физические величины материалов, используемые в SolidWorks Simulation	27
Объекты исследования в SolidWorks Simulation	32
Нагрузки и ограничения (крепления)	37
Типы креплений	37
Нагрузки.....	38
Назначение нагрузок и ограничений модели при наличии симметрии	40
Свойства материала, нагрузки и ограничения балочных конструкций	43

Решающие программы SolidWorks Simulation	44
Выбор решающей программы	45
Рекомендации к выбору решающей программы	45
Статус решающей программы	46
Вопросы для самопроверки.....	46
Исследования SolidWorks Simulation	48
Линейный статический анализ	48
Коэффициент запаса прочности	49
Вопросы и задания для самопроверки	52
Частотные исследования	54
Виды колебаний	54
Добротность колебательной системы	56
Задача расчета собственных частот	57
Влияние нагрузок на частотный анализ.....	58
Вопросы и задания для самопроверки	59
Исследования на ударную нагрузку.....	60
Анализ результатов	61
Материалы, допустимые в исследовании на ударную нагрузку	61
Контакты в исследовании на ударную нагрузку.....	62
Просмотр результатов.....	63
Вопросы для самопроверки	63
Термические исследования	64
Теплопроводность.....	64
Температурная зависимость коэффициента теплопроводности	65
Конвекция	66
Излучение.....	68
Обмен излучением между поверхностями	73
Излучение от поверхностей оболочки	75
Стационарный и нестационарный режимы теплообмена	75
Механизм термостата.....	77
Результаты термического анализа.....	79
Вопросы и задания для самопроверки	79
Исследования потери устойчивости	80
Запас прочности на потерю устойчивости.....	82
Вычисление нагрузок потери устойчивости	83
Поток и термические воздействия в исследованиях потери устойчивости.....	84

Включение термических воздействий в исследования потери устойчивости	84
Включение эффектов давления жидкости в анализ потери устойчивости	85
Результаты линеаризованного анализа потери устойчивости	85
Вопросы и задания для самопроверки	86
Анализ усталости	87
Параметры усталости	89
Кривая S-N	90
Привязка кривых S-N к материалу	92
Интерполяции между кривыми S-N	94
Коррекция среднего напряжения	95
Выполнение анализа усталости	97
События усталости материалов	99
Теория накопленного повреждения	100
Метод подсчета числа циклов Rainflow	105
Эпюры усталости	107
Вопросы и задания для самопроверки	113
Линейный динамический анализ	114
Цели динамического анализа	115
Уравнения движения	115
Линейный динамический в сравнении с линейным статическим анализом	116
Линейный динамический анализ в сравнении с нелинейным динамическим	119
Демпфирующие эффекты	120
Модальное демпфирование	122
Демпфирование по Релею	122
Сравнение коэффициентов Релея и модального демпфирования	124
Составное модальное демпфирование	124
Модальный анализ временной диаграммы	125
Гармонический анализ	127
Анализ случайного колебания	131
Вопросы и задания для самопроверки	132
Нелинейный статический анализ	133
Конструкционные нелинейности	135
Процедуры решения нелинейных задач	136
Понятие кривой времени	137
Вопросы для самопроверки	137

Нелинейные динамические исследования	138
Численные методы для решения нелинейных задач	139
Выполнение нелинейного анализа	144
Вопросы для самопроверки	147
Методы оптимизации в инженерных исследованиях	149
Постановка задачи оптимизации	149
Критерий оптимальности	150
Однокритериальная и многокритериальная оптимизация	151
Параметры оптимизации	151
Целевая функция	152
Стандартная математическая постановка задачи оптимизации	152
Оптимизация конструкции в SolidWorks	153
Вопросы и задания для самопроверки	157
Заключение. Рекомендации к выполнению инженерных исследований в CAE-системах	158
Список литературы	161

Учебное издание

Лукинских Светлана Владимировна

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
И ИНЖЕНЕРНЫЙ АНАЛИЗ
В КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ
ПОДГОТОВКЕ ПРОИЗВОДСТВА**

Редактор О. С. Смирнова

Верстка О. П. Игнатьевой

*Название книги приведено по настоянию автора
без изменений в собственной формулировке.*

Подписано в печать 21.12.2020. Формат 70×100/16.
Бумага офсетная. Цифровая печать. Усл. печ. л. 13,5.
Уч.-изд. л. 9,1. Тираж 100 экз. Заказ 234.

Издательство Уральского университета
Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ
620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5
Тел.: +7 (343) 375-48-25, 375-46-85, 374-19-41
E-mail: rio@urfu.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ
620083, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4
Тел.: +7 (343) 358-93-06, 350-58-20, 350-90-13
Факс: +7 (343) 358-93-06
<http://print.urfu.ru>



ЛУКИНСКИХ СВЕТЛАНА ВЛАДИМИРОВНА

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Металлорежущие станки и инструменты».

Специалист в области автоматизации проектирования. Автор ряда учебных пособий по проектированию в CAD/CAE-системах.